

1. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45

② 20

③ -5

④ -20

⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -1, 5 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

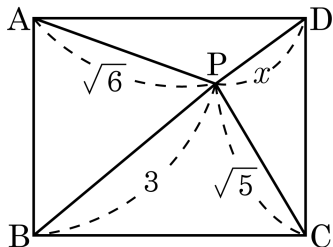
$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

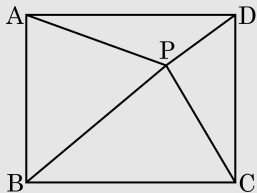
$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

2. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$$

$$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$$

3. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

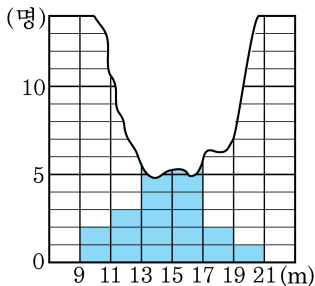
$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 4a \\&= -3(x-1)^2 + 3 + 4a\end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

4. 다음 히스토그램은 어느 학급 학생 20 명의 던지기 기록을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 던지기 기록이 13m 이상 15m 미만인 학생이 전체의 25% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 14.7 m

해설

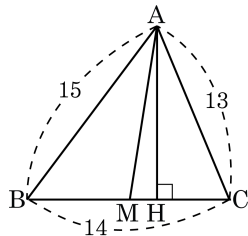
$$13 \text{ 이상 } 15 \text{ 미만: } 20 \times \frac{25}{100} = 5(\text{명})$$

$$15 \text{ 이상 } 17 \text{ 미만의 도수: } 7(\text{명})$$

$$\frac{10 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 5}{20} + \frac{16 \times 7 + 18 \times 2 + 20 \times 1}{20} =$$

$$14.7(\text{m})$$

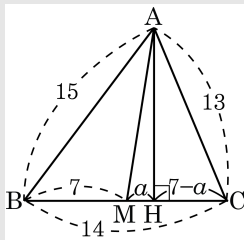
5. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AH} - \overline{MH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{MH} = a$ 라 할 때,

$$15^2 - (7 + a)^2 = 13^2 - (7 - a)^2$$

$$225 - (49 + 14a + a^2) = 169 - (49 - 14a + a^2), \quad 28a = 56, \quad a = 2$$

$$\text{따라서 } \overline{MH} = a = 2, \quad \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\text{이므로 } \overline{AH} - \overline{MH} = 10$$

6. 10개의 변량 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \dots, -3x_{10} + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

$$(\text{평균}) = -3 \cdot 6 + 1 = -17,$$

$$(\text{분산}) = (-3)^2 \cdot 5 = 45$$

7. 다음 중 좌표평면 위의 점 $P(1, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

① $A(2, 6)$

② $B(1, 4)$

③ $C(5, 1)$

④ $D(-2, -2)$

⑤ $E(3, 1 + \sqrt{2})$

해설

$$\overline{PA} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} > 3, \text{ 점 } A \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3, \text{ 점 } B \text{ 는 원 위에 있다.}$$

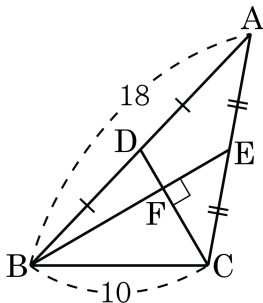
$$\overline{PC} = \sqrt{4^2 + 0} = \sqrt{16} > 3, \text{ 점 } C \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} > 3, \text{ 점 } D \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PE} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$$

따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5 \text{ 이다.}$$

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

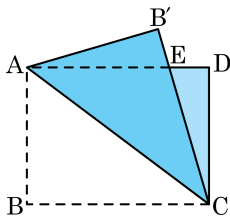
$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$$

$$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 몇 배인가?



- ① 2 배 ② 3 배 ③ $\frac{22}{7}$ 배
 ④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

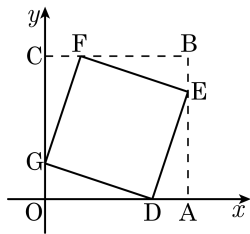
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle AEC$, $\triangle ECD$ 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

10. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.