

1. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ 의 중심이 (a, b) , 반지름의 길이가 r 일 때, $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

따라서, 중심은 $(2, 3)$

반지름의 길이가 4 이므로

$$a = 2, b = 3, r = 4$$

$$\therefore a + b + r = 9$$

2. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(5, -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 $\therefore$ 중심은 $(2, 1)$ 이다.
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$
 $(5, -3)$ 을 지나므로 대입하면,
 $(5 - 2)^2 + (-3 - 1)^2 = r^2 \quad r = 5$
 $\therefore a + b + r = 2 + 1 + 5 = 8$

3. 중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ ② $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

③ $(x-5)^2 + (y-9)^2 = 15$ ④ $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$

⑤ $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 22$

해설

중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하므로
반지름의 길이 r 은 $r = 4$
따라서, 구하는 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

4. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면
 y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.
 $\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{\text{A}}$
 $\textcircled{\text{A}}$ 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$
 $\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{\text{B}}$
 $\textcircled{\text{A}}$ 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로
 $(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$
 $b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{\text{C}}$
 $\textcircled{\text{B}} \times 2 - \textcircled{\text{C}}$ 에서 $b^2 - 6b - 7 = 0$, $(b+1)(b-7) = 0$
 $\therefore b = -1, 7$
이때, $\textcircled{\text{B}}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$
 $\therefore r = 2$ 또는 10
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

5. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이고
또한 $(2, 1)$ 을 지나므로
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$,
 $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 5
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 또는 $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 $\therefore 1 + 5 = 6$