

1. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ 의 중심이 (a, b) , 반지름의 길이가 r 일 때, $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ 을 표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

따라서, 중심은 $(2, 3)$

반지름의 길이가 4 이므로

$$a = 2, b = 3, r = 4$$

$$\therefore a + b + r = 9$$

2. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 과 중심이 같고 점 $(5, -3)$ 을 지나는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r$ 의 값은?
(단, a, b, r 은 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$$

$\therefore$ 중심은 $(2, 1)$ 이다.

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

$(5, -3)$ 을 지나므로 대입하면,

$$(5 - 2)^2 + (-3 - 1)^2 = r^2 \quad r = 5$$

$$\therefore a + b + r = 2 + 1 + 5 = 8$$

3. 중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$

② $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

③ $(x-5)^2 + (y-9)^2 = 15$

④ $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$

⑤ $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 22$

해설

중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하므로

반지름의 길이 r 은 $r = 4$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$$

4. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10

② 8

③ 6

④ 5

⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면

y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
 $r = |a|$ 이다.

$$\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots \textcircled{A}$$

ⓐ 이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$$

$$\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{B}$$

ⓐ 이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$$

$$b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C} \text{ 에서 } b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$$

$$\therefore b = -1, 7$$

이때, ⓐ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } 10$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

5. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$