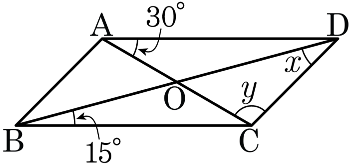
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle CAD = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



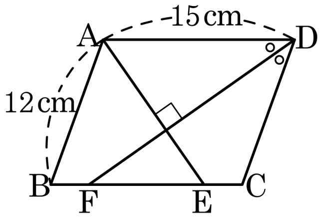
▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$\angle ODA = \angle OBC = 15°$ $\angle AOB = 30 + 15 = 45°$, $\angle BOC = 135° = \angle x + \angle y$ 이다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)

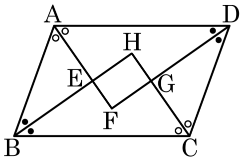
$\overline{CD} = \overline{CF} = 12\text{cm}$

따라서 $\overline{BF} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 12(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 $\angle HEF$ 의 크기는?



① $100°$ ② $90°$ ③ $80°$

④ $45°$ ⑤ $30°$

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \frac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$

4. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

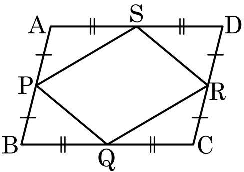
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

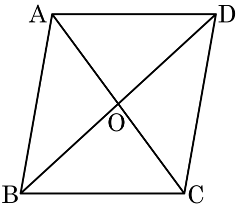
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 하자. $\triangle AOD = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 36cm^2 ② 54cm^2 ③ 72cm^2

④ 90cm^2 ⑤ 108cm^2

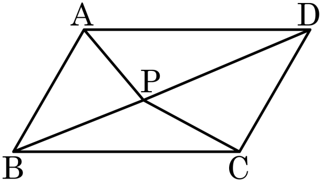
해설

$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.

$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.

그러므로 평행사변형 ABCD 는 72cm^2 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore\ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사각형이다.

② 사다리꼴은 평행사변형이다.

③ 정사각형은 마름모이다.

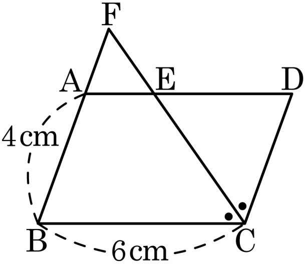
④ 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
④ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

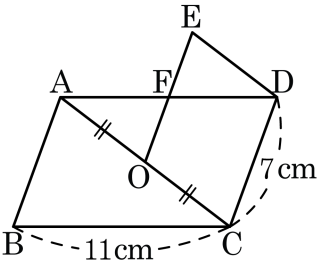
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 □ABCD, □EOCD 는 평행사변형이다. $\overline{BC} = 11\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF} + \overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

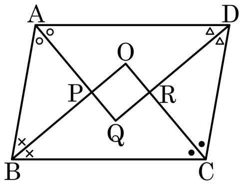
해설

$\triangle AOF \equiv \triangle DEF$(ASA합동) 이므로

$\overline{AF} = \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{EF} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{DC}$

$\therefore \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{7}{2} + \frac{11}{2} = 9\,(\text{cm})$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 네 각의 이등분선으로 만들어지는 사각형 OPQR 은 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형

④ 평행사변형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

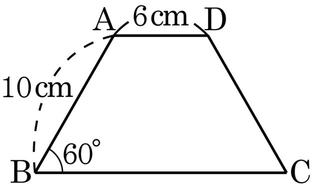
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$ 이다.

따라서 $\angle AQD$ 에서 $\angle AQD = 180° - 90° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

12. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle ABC = 60°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

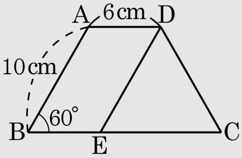


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

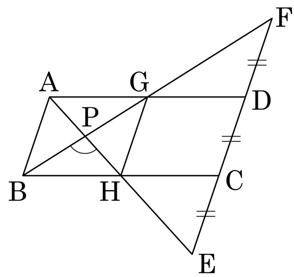
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고, □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C = 60°$이다.

따라서 △DEC는 정삼각형므로 $\overline{BC} = 6 + 10 = 16(\text{cm})$이다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$이다. $\overline{CD}$를 연장하여 $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{DF}$가 되도록 점 E, F를 잡고 $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 P라 할 때, $\angle BPH$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $90°$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CE}$이고 $\overline{AB} // \overline{EF}$이므로
$\angle BAH = \angle CEH$, $\angle HBA = \angle HCE$
따라서 $\triangle ABH \equiv \triangle ECH$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{BH} = \overline{CH}$
$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$이고 $\overline{AB} // \overline{EF}$이므로
$\angle BAG = \angle FDG$, $\angle ABG = \angle DFG$
따라서 $\triangle ABG \equiv \triangle DFG$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{AG} = \overline{DG}$
$2\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\overline{AB} = \overline{AG} = \overline{GH} = \overline{BH}$
$\therefore\ \square ABHG$는 마름모

마름모의 두 대각선은 수직으로 만나므로
$\angle BPH = 90°$

14. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

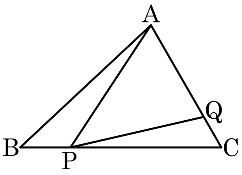
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{BP}:\overline{CP}=\overline{CQ}:\overline{AQ}=1:3$ 이다. $\triangle APQ=24\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

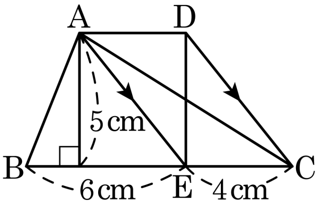
▷ 정답 : $\frac{128}{3}$ $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle APC=24\times\frac{4}{3}=32(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=32\times\frac{4}{3}=\frac{128}{3}(cm^2)$

16. 다음 그림의 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} // \overline{DC}$ 일 때, □ABED 의 넓이는?



① 25cm^2 ② 30cm^2 ③ 35cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 45cm^2

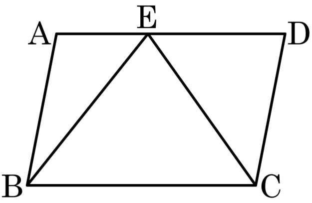
해설

$\overline{AE} // \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AEC = \triangle ADE$ 이다.

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle AEC = \triangle ABC$

$\therefore \square ABED = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 3$이고 $\triangle ABE = 10\text{cm}^2$일 때, $\triangle EBC$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

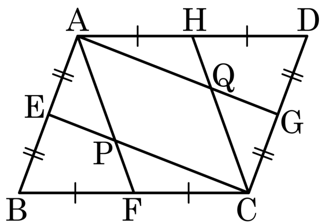
$\triangle ABE + \triangle DCE = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle ABE : \triangle DCE = 2 : 3$

$\triangle DCE = 15(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle EBC = \frac{1}{2}\square ABCD = 25(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

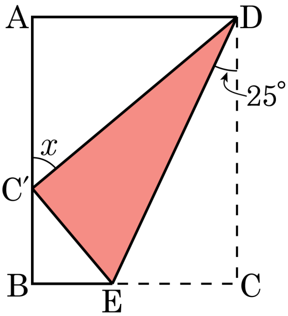
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle EDC = 25°$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이 때, $\angle x$ 의 크기는?

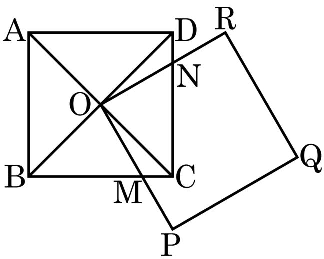


① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

해설

직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
$\angle EDC = \angle C'DE = 25°$ 이므로
$\angle ADC' = 90° - (25° \times 2) = 40°$ 이다.
$\angle x = \triangle AC'D$ 에서 $\angle AC'D = 90° - 40° = 50°$ 이다.

20. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2

해설

△OMC 와 △OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore\ \angle COM = \angle DON$

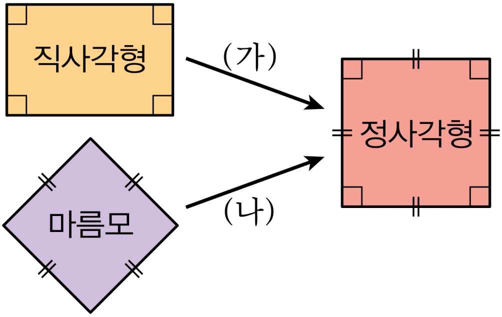
$\therefore$ △OMC ≡ △OND(SAS 합동)

즉, △OMC = △OND

따라서 □OMCN 의 넓이는 △OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \dfrac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

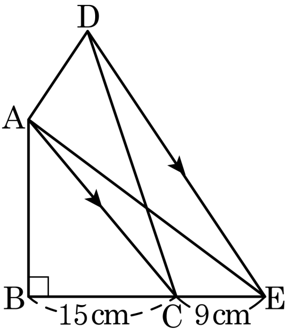
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 135\text{cm}^2$ 이다. $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

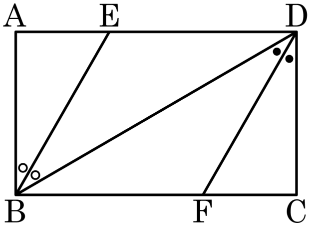
▷ 정답 : $81\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB} = 135 \times 2 \div 15 = 18(\text{cm})$

$\triangle ACD = \triangle ACE = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 18 = 81(\text{cm}^2)$

23. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$는 각각 $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이다. $\overline{BE} = \overline{BF}$일 때, 삼각형 EBD는 어떤 삼각형인가?



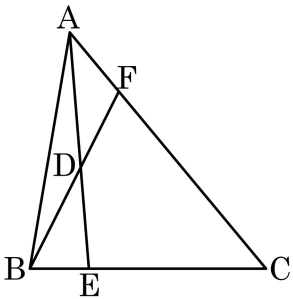
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각)
$\overline{BE} = \overline{BF}$이므로 $\angle EBD = \angle DBF = 30°$
인 이등변삼각형

24. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 1$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 64cm^2 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이는?



① 6cm^2 ② 8cm^2 ③ 16cm^2

④ 32cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ACE = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 64 = 48(\text{cm}^2)$

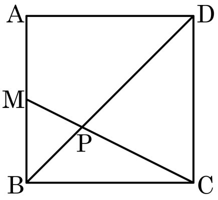
$\overline{CD}$ 를 그으면 $\triangle CAD : \triangle CED = 1 : 1$ 이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ADF : \triangle CDF = 1 : 3$ 이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{4}\triangle CAD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 12\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $144\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면

$\triangle PMB \equiv \triangle PNB$(SAS합동)

$\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 12(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 12 \times 3 = 144(\mathrm{cm}^2)$