

1. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

2. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

3. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

4. 이차방정식 $2x^2 - ax + 6 = 0$ 의 두 근이 1, 3 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

근의 계수의 관계로 부터

$$1 + 3 = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = 8$$

5. 이차방정식 $2x^2+8x+3=0$ 의 두 근을 k, m 이라 할 때, $2(k^2+km+m^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}k+m &= -4, \quad km = \frac{3}{2} \\2(k^2+km+m^2) &= 2\{(k+m)^2-km\} \\&= 2\left\{(-4)^2-\frac{3}{2}\right\} \\&= 29\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x+4)(x+1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

7. 차가 5이고 곱이 104인 두 자연수 A , B 가 있을 때, $A^2 - B^2$ 의 값은?
(단, $A > B$)

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

해설

두 자연수를 x , $x - 5$ 라 하면
 $x(x - 5) = 104$
 $x^2 - 5x - 104 = 0$
 $x = 13 (\because x > 5)$
따라서 두 수는 $A = 13$, $B = 8$ 이다.
따라서 두 수의 제곱의 차는 $169 - 64 = 105$ 이다.

8. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

① 15cm ② 18cm ③ 12cm ④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x\text{cm}$, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 라고 하면,

$$3x \times 2x = 150$$

$$6x^2 = 150$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$

$$\therefore 3x = 15$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
 $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $\therefore$ ③이 잘못되었다.

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -16 ② -14 ③ -12 ④ -10 ⑤ -8

해설

두 근의 곱 -2 가 $x^2 - 5x + k = 0$ 의 한 근이므로, x 에 -2 를 대입하면, $(-2)^2 - 5(-2) + k = 0$
 $\therefore k = -14$

11. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 8

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합은 } -a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{두 근의 곱은 } b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$$

12. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 3x^2-9x+6=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0 \text{에서 } 3x^2-11x-4=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 x 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x=3$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $x = 5 - 3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 7x + 10 &= 0 \\(x - 2)(x - 5) &= 0 \\\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 5 \\a = 7, b = 10 \\x^2 - 10x + 7 &= 0 \\x^2 - 10x + 25 &= 18 \\(x - 5)^2 &= 18 \\\therefore x = 5 \pm 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$\begin{aligned}70 + 25t - 5t^2 &= 40 \\t^2 - 5t - 6 &= 0 \\(t - 6)(t + 1) &= 0 \\\therefore t &= 6 \text{ (초)} (\because t > 0)\end{aligned}$$

15. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로 길이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 가로의 길이는 $(17-x)\text{cm}$
또, (가로의 길이) < (세로의 길이) 이므로 $x > 17-x$, 즉 $x > 8.5$
 $x(17-x) = 72$
 $(x-8)(x-9) = 0$
 $x = 8$ 또는 $x = 9$
 $x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

16. 가로와 세로의 비가 3 : 2 인 직사각형에서 가로, 세로의 길이를 똑같이 3cm 씩 늘였더니 넓이가 2 배가 되었다. 처음 주어진 직사각형의 가로의 길이는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

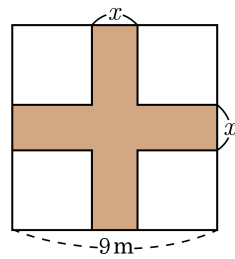
$$2(3x+3)(2x+3) = (3x+3)(2x+3) \rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(2x+1) = 0 \rightarrow x = 3, -\frac{1}{2}$$

$x = 3$ 이므로 가로의 길이는 $3x = 9$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m



해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x-2)(x-16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because x < 9) \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

19. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 $4, 6$ 이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

20. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면
 $m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$
 $(a + 2)^2 - a^2 = 12$ 에서
 $4a + 4 = 12, 4a = 8, a = 2$
 $m = -2 \times 2 - 2 = -6$
 $n = 4 + 4 = 8$
 $\therefore n - m = 8 + 6 = 14$

21. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x = -2$$

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a = -2$

$3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 2$$

여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) &= (-2 - 4)(2 + 5) \\ &= -42\end{aligned}$$

22. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은?

- ① 40% ② 45% ③ 50% ④ 55% ⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$$
$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=\left(1-\frac{10}{100}\right)$$
$$x^2-25x+1250=0$$
$$(x-50)(x+25)=0$$

$x>0$ 이므로 $x=50$

23. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20 이하인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

$$[x]^2 - [x] - 2 = ([x] - 2)([x] + 1) = 0$$

$$\therefore [x] = 2 \text{ 또는 } [x] = -1$$

그런데, $[x] \neq -1$ 이므로 $[x] = 2$

양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,

20 이하의 소수를 구하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

∴ 8 개

24. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?

① 5

② 1

③ $-\frac{1}{7}$

④ -5

⑤ -1

해설

양변에 6을 곱하면 $3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2)$

$x^2 - 6x - 7 = 0$

$(x - 7)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 7$ 또는 $x = -1$

$\alpha = 7$ 이므로 $\frac{\alpha}{7} = 1$

25. 이차방정식 $ax^2 + \frac{1}{b}x + \frac{1}{c} = 0$ 의 두 근이 p, q 이고 p 는 10 보다 작은 자연수, q 는 5 의 배수이고, $p^2 - q = 20$ 을 만족할 때, $\frac{1}{b+c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{50}{3}$

해설

$p^2 = 20 + q$ 이고 q 가 5 의 배수이므로 p^2 은 5 의 배수이다.

p 는 10 보다 작은 자연수이므로 $p = 5, q = 5$ 이다.

따라서 이차방정식은

$$a(x-5)(x-5) = ax^2 - 10ax + 25a = 0$$

$$\therefore b = -\frac{1}{10a}, c = \frac{1}{25a}$$

$$\text{따라서 } \frac{\frac{1}{a}}{b+c} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{1}{10a} + \frac{1}{25a}} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{3}{50a}} = -\frac{50}{3} \text{ 이다.}$$