

1. 두 함수 $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

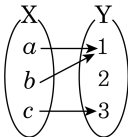
해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$

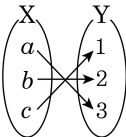
$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

2. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?

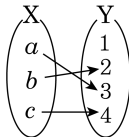
①



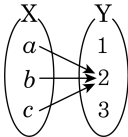
②



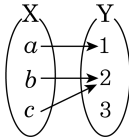
③



④



⑤



해설

주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ②번이다.

3. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

4. 두 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x$, $g(x) = mx + n$ 에 대해 $(f \circ g)(x) = 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$ 이라 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은 얼마인가? (단, m, n 은 실수)

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 임을 활용한다.

합성함수의 정의에 의하여,

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= (mx + n)^3 + (mx + n)^2 + mx + n$$

$$= m^3x^3 + 3m^2nx^2 + 3mn^2x + n^3 + m^2x^2$$

$$+ 2mnx + n^2 + mx + n$$

$$= m^3x^3 + (3m^2n + m^2)x^2$$

$$+ (3mn^2 + 2mn + m)x + n^3 + n^2 + n$$

$$= 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$$

주어진 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$m^3 = 8, (m - 2)(m^2 + 2m + 4) = 0$$

$$\therefore m = 2 (\because m \text{ 은 실수})$$

$$3m^2n + m^2 = -8 \text{ 에 } m = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$3 \cdot 2^2 \cdot n + 2^2 = -8, 12n + 4 = -8$$

$$\therefore n = -1$$

$$m = 2, n = -1 \text{ 일 때,}$$

x 의 계수와 상수항도 일치하므로

$$\therefore m = 2, n = -1$$

$$\therefore m^3 + n^3 = 2^3 + (-1)^3 = 7$$

5. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-3}{x+3}$ 를 만족할 때, $f(-3) = \frac{a}{b}$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a < b$, a 와 b 는 서로소인 정수)

① -2

② 2

③ 6

④ 12

⑤ 15

해설

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{x-3}{x+3} \text{ 에서}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = -3 \text{ 이라고 하면 } x-1 = -3(x+1)$$

$$4x = -2 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$$

$$f(-3) = \frac{-\frac{1}{2} - 3}{-\frac{1}{2} + 3} = -\frac{7}{5}$$

$$a = -7, b = 5 \quad \therefore a + b = -2$$