

1. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\Gamma} x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\textcircled{\text{L}} x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\textcircled{\text{E}} x^2 + 4x + 2 = 0$$

① $\textcircled{\Gamma}$

② $\textcircled{\text{L}}$

③ $\textcircled{\text{E}}$

④ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{E}}$

⑤ $\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$

해설

$$\textcircled{\Gamma} (x+1)^2 = 0 : \text{중근}$$

$$\textcircled{\text{L}} a=1, b'=1, c=4$$

$$1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0 : \text{허근}$$

$$\textcircled{\text{E}} a=1, b'=2, c=2$$

$$2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0 : \text{서로 다른 두 실근 (O)}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, \quad 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

3. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore x + y = 6$$

해설

$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0$$

$$y^2 - 8y + 16 \leq 0$$

$$(y - 4)^2 \leq 0, y = 4$$

준식에 대입하면 $x = 2$

따라서 $x + y = 6$

4. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$

$$D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$$

$$4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$$

m 에 관해 식을 정리하면

$$(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$$

$$4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$\therefore a + b = 0$$