

1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5

② 5.4

③ 6.2

④ 6.6

⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

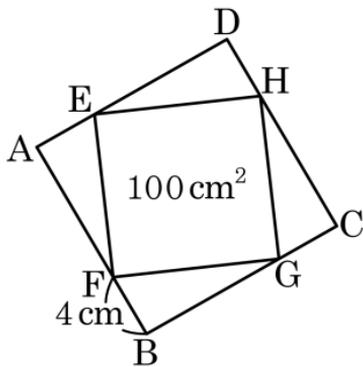
$$\frac{72 + 75 + 77 + 76 + 80}{5} = \frac{380}{5} = 76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4, -1, 1, 0, 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

2. 다음 $\square ABCD$ 는 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 4\text{cm}$ 인 정사각형이다.
 $\square EFGH$ 의 넓이가 100cm^2 라고 하면, $\square ABCD$ 의 넓이는?



- ① $(99 + 15\sqrt{21})\text{cm}^2$ ② $(99 + 16\sqrt{21})\text{cm}^2$
 ③ $(99 + 17\sqrt{21})\text{cm}^2$ ④ $(100 + 15\sqrt{21})\text{cm}^2$
 ⑤ $(100 + 16\sqrt{21})\text{cm}^2$

해설

$\square EFGH = 100(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG} = 10(\text{cm})$,

$$\overline{BG}^2 = 10^2 - 4^2 = 84$$

$\overline{BG} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\sqrt{21} + 4(\text{cm})$$

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로 넓이는

$$\begin{aligned} (2\sqrt{21} + 4)^2 &= 84 + 16\sqrt{21} + 16 \\ &= 100 + 16\sqrt{21}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\tan 45^\circ = \frac{1}{\tan 45^\circ}$

② $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ = \frac{1}{2}$

③ $\cos 30^\circ + \cos 60^\circ = \cos 90^\circ$

④ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \times \tan 45^\circ$

⑤ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$

해설

③ (좌변) = $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$, (우변) = 0

4. $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sin x \geq \cos x$

② $\cos x \geq \tan x$

③ $\sin x$ 의 최댓값은 1이다.

④ $\tan x$ 의 최댓값은 1이다.

⑤ x 의 값이 커지면 $\cos x$ 의 값도 커진다.

해설

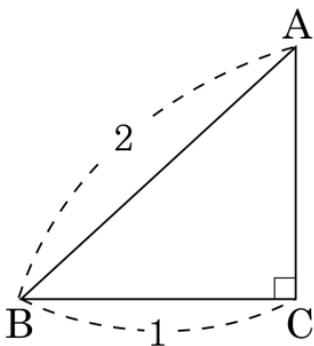
① $\sin 0^\circ < \cos 0^\circ$

② $\cos 60^\circ < \tan 60^\circ$

④ $\tan x$ 의 최댓값은 없다.

⑤ x 의 값이 커지면 $\cos x$ 의 값은 작아진다.

5. $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 1$ 라 할 때, $(\sin B + \cos B)(\sin A - 1)$ 의 값은?



① $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

② $-\frac{1 + \sqrt{2}}{4}$

③ $-\frac{1 + \sqrt{3}}{4}$

④ $-\frac{1 + 2\sqrt{3}}{4}$

⑤ $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (\sin B + \cos B)(\sin A - 1) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - 1\right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1 + \sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

6. 다음 도수분포표에서 10명의 윗몸일으키기 평균이 32회 일 때, xy 의 값은?

횟수 (분)	도수 (명)
10 ^{이상} ~ 20 ^{미만}	2
20 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	3
30 ^{이상} ~ 40 ^{미만}	x
40 ^{이상} ~ 50 ^{미만}	2
50 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	y

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{15 \times 2 + 25 \times 3 + 35 \times x + 45 \times 2 + 55 \times y}{10} = 32$$

$$30 + 75 + 35x + 90 + 55y = 320$$

$$35x + 55y = 125 \cdots \text{㉠}$$

전체가 10명이므로

$$x + y = 3 \cdots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡을 연립하면 $x = 2, y = 1$

따라서 $xy = 2 \cdot 1 = 2$

7. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9의 평균이 5이고, 분산이 6일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9의 평균이 5이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 9}{5} = 5, a + b + 17 = 25$$

$$\therefore a + b = 8 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 6이므로

$$\frac{(5-5)^2 + (3-5)^2 + (a-5)^2}{5} +$$

$$\frac{(b-5)^2 + (9-5)^2}{5} = 6$$

$$\frac{0 + 4 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25 + 16}{5} = 6$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 70}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 70 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) = -40 \cdots \textcircled{B}$$

\textcircled{B} 의 식에 \textcircled{A} 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 8 - 40 = 40$$

8. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

- ㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
- ㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
- ㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

- ① ㉠ > ㉡ = ㉢
- ② ㉡ < ㉠ = ㉢
- ③ ㉠ < ㉡ = ㉢
- ④ ㉡ > ㉠ = ㉢
- ⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠ 의 표준편차는 이들보다 크다.

9. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	4
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	18
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	6
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	2
합계	32

① 5, 1

② 5, 2

③ 5, 4

④ 6, 3

⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32}$$

$$= 5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32}$$

$$+ \frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2$$

10. 세변의 길이가 각각 $1, \sqrt{3}, a$ 또는 $1, \sqrt{3}, b$ 이면 서로 다른 직각삼각형을 만들 수 있다.

이때 $b^2 - 2a^2$ 의 값을 구하면? (단, $a > b$)

① -10

② -8

③ -7

④ -6

⑤ -4

해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면

(i) $x > \sqrt{3}$ 일 때, $x = \sqrt{1^2 + 3} = 2$

$$\therefore a = 2$$

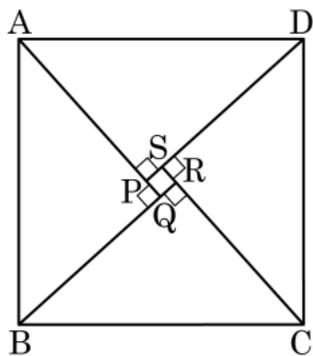
(ii) $\sqrt{3} - 1 < x \leq \sqrt{3}$ 일 때,

$$x = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{2}$$

$$\therefore b^2 - 2a^2 = (\sqrt{2})^2 - 8 = -6$$

11. 합동인 직각삼각형 4 개를 이용하여 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 를 만들었다. $\overline{BR} = 10$, $\overline{PQ} = 1$ 일 때, 사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



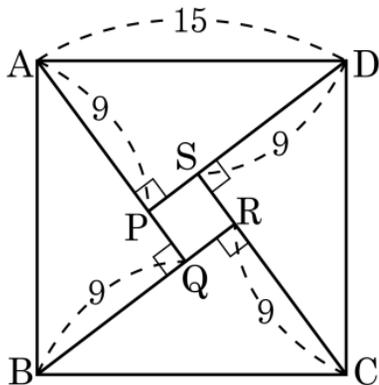
▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{181}$

해설

사각형 $ABCD$ 와 $PQRS$ 는 정사각형이고
 정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이는
 $\sqrt{10^2 + 9^2} = \sqrt{181}$ 이므로
 둘레의 길이는 $4 \times \sqrt{181} = 4\sqrt{181}$ 이다.

12. $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, $\square PQRS$ 의 넓이로 적절한 것은?



① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 11

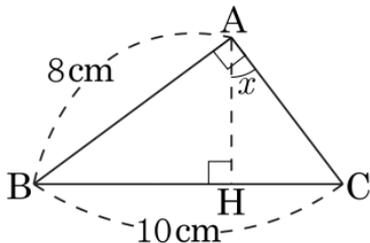
해설

$$\overline{AQ} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$$

$$\overline{PQ} = 12 - 9 = 3$$

$\square PQRS$ 는 정사각형이므로 넓이는 $3 \times 3 = 9$

13. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이고 $\angle HAC = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



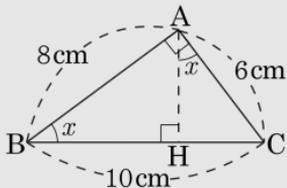
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

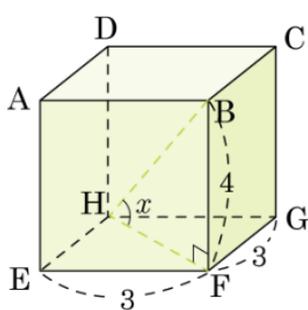
해설

$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

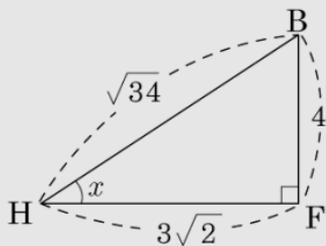


14. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 \overline{HB} 와 밑면의 대각선 \overline{HF} 가 이루는 $\angle BHF$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{6\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{5\sqrt{34}}{17}$ ③ $\frac{3\sqrt{34} + 2\sqrt{17}}{17}$
 ④ $\frac{2\sqrt{34} + 3\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{34} - 3\sqrt{17}}{17}$

해설



$$\overline{HF} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\overline{BH}^2 = (3\sqrt{2})^2 + 4^2 = \sqrt{34^2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BH} = \sqrt{34}$$

$$\therefore \sin x = \frac{4}{\sqrt{34}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$$

$$\therefore \cos x = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{2\sqrt{34}}{17} + \frac{3\sqrt{17}}{17} = \frac{2\sqrt{34} + 3\sqrt{17}}{17}$$

15. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

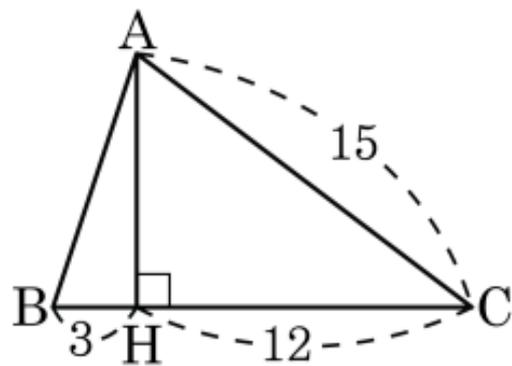
① $7\sqrt{2}$

② 13

③ $6\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{10}$

⑤ 5

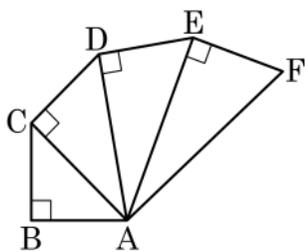


해설

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

16. 다음 그림에서 $\overline{BA} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레가 $3 + 3\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

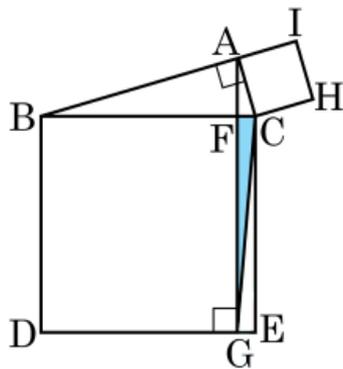
$\overline{BA} = a$ 라고 하면 $\overline{AD} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$ 이다.

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레는 $a + a\sqrt{3} + 2a = 3a + a\sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{3}$, $a = \sqrt{3}$ 이고

$\triangle AEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\square BDEC$ 는 정사각형이다. $\overline{AG} \perp \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, $\triangle FGC$ 의 넓이는 얼마인가?

- ① 48 ② $\frac{49}{2}$ ③ 50
 ④ $\frac{51}{2}$ ⑤ 52



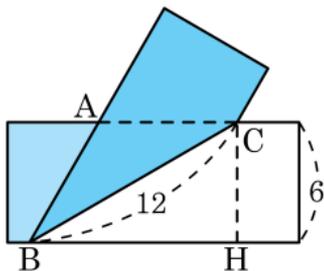
해설

$$\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7 \text{ 이므로 } \square ACHI = 49$$

$$\triangle FGC = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2} \square ACHI \text{ 이므로}$$

$$\triangle FGC = \frac{1}{2} \times 49 = \frac{49}{2} \text{ 이다.}$$

18. 폭이 6 인 종이테이프를 접었더니 접은 선이 12 였다. 테이프가 겹쳐진 부분 $\triangle ABC$ 의 넓이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\overline{BH} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}, \overline{AB} = \overline{AC} = x \text{ 라 하면,}$$

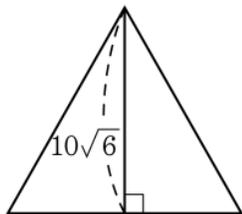
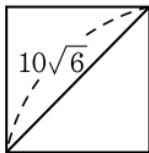
$$x^2 = 6^2 + (6\sqrt{3} - x)^2$$

$$12\sqrt{3}x = 144$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

19. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $10\sqrt{6}$ 인 정사각형과 높이가 $10\sqrt{6}$ 인 정삼각형이 있다. 정사각형과 정삼각형의 넓이를 각각 A, B 라 할 때, $A : B$ 는?



① $\sqrt{2} : 2$

② $\sqrt{3} : 2$

③ $\sqrt{3} : 3$

④ $2 : \sqrt{3}$

⑤ $3 : 2$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$$a^2 + a^2 = (10\sqrt{6})^2 \text{ 이고 } a^2 = 300$$

$$\therefore A = a^2 = 300$$

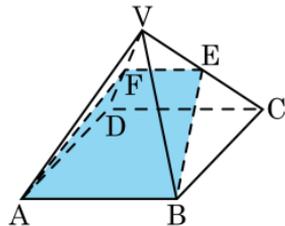
정삼각형의 한 변의 길이를 b 라 하면,

$$b : 10\sqrt{6} = 2 : \sqrt{3}$$

$$b = 20\sqrt{2} \quad \therefore B = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (20\sqrt{2})^2 = 200\sqrt{3}$$

따라서, $A : B = 300 : 200\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 \overline{VC} , \overline{VD} 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, $\square ABEF$ 의 넓이를 구하면?



- ① $11\sqrt{10}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $12\sqrt{6}\text{ cm}^2$ ④ $12\sqrt{11}\text{ cm}^2$
 ⑤ $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

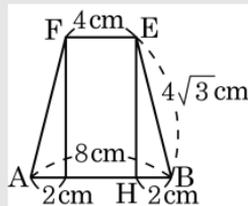
$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\text{ cm}$ (\because 중점 연결 정리)

\overline{BE} , \overline{AF} 는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}\text{ (cm)}$ 이다.

$$\therefore \square ABEF = (8 + 4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}\text{ (cm}^2\text{)}$$



21. 세 변의 길이가 3, x , 7 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

i) 7 이 가장 긴 변일 때($x \leq 7$)

삼각형이 될 조건에 의하여 $x + 3 > 7$

$$\therefore x > 4 \cdots \text{㉠}$$

둔각삼각형이려면 $7^2 > 3^2 + x^2$

$$\therefore x < \sqrt{40} \cdots \text{㉡}$$

그러므로, ㉠, ㉡에 의하여 $4 < x < \sqrt{40}$

따라서 x 는 5, 6이다.

ii) x 가 가장 긴 변일 때($x > 7$)

삼각형이 될 조건에 의하여 $x < 3 + 7$

$$\therefore x < 10 \cdots \text{㉢}$$

둔각삼각형이려면 $x^2 > 3^2 + 7^2$

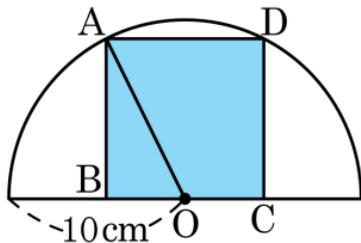
$$\therefore x > \sqrt{58} \cdots \text{㉣}$$

그러므로, ㉢, ㉣에 의하여 $\sqrt{58} < x < 10$

따라서 x 는 8, 9이다.

i), ii)에 의해 x 의 값은 4 개이다.

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 cm 인 반원 O 에 내접하는 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $4\sqrt{5}$ cm

해설

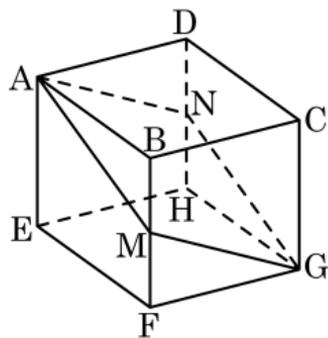
$$\overline{OC} = \overline{OB} = a \text{ 라 하면 } \overline{CD} = 2a$$

$$\overline{OD} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a = 10 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

□ABCD 의 한 변의 길이는 $4\sqrt{5}$ (cm)이다.

23. 다음 그림과 같이 한 모서리가 6 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이는?



▶ 답:

▷ 정답: $18\sqrt{6}$

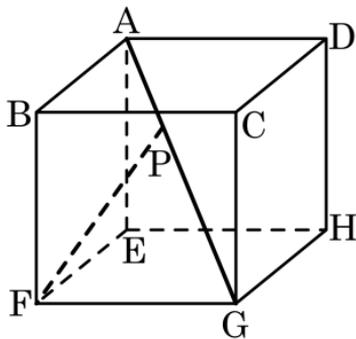
해설

$$1) \overline{MN} = 6\sqrt{2}$$

$$2) \overline{AG} = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore \square AMGN = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

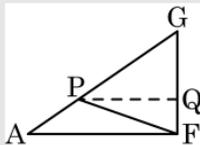
24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 대각선 AG 를 1 : 2 으로 내분하는 점을 P 라 할 때, 선분 PF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



$\triangle AFG$ 에서 $\overline{AF} = 6\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 6\sqrt{3}$ 이고,
 $(6\sqrt{2})^2 + 6^2 = (6\sqrt{3})^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 점 P 에서 \overline{FG} 에 내린 수선의 발을 Q 라 하면
 $\triangle GPQ$ 와 $\triangle GAF$ 는 닮음이고, $\overline{AP} : \overline{PG} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{QF} = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

$$\overline{PQ} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{2}$$

따라서 $\overline{PF} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = 6$ 이다.

25. $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \cdots \times \tan 89^\circ$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\tan 1^\circ = \frac{1}{\tan 89^\circ}$$

$$\tan 2^\circ = \frac{1}{\tan 88^\circ}$$

$$\tan 3^\circ = \frac{1}{\tan 87^\circ}$$

⋮

$$\tan 44^\circ = \frac{1}{\tan 46^\circ}$$

따라서 $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \tan 3^\circ \times \cdots \times \tan 89^\circ = \tan 45^\circ = 1$ 이다.