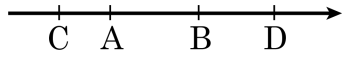


1. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m, n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 $m : n$ 으로 외분하는 점은

i) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

ii) $m(\quad) n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : >

▶ 정답 : <

해설

외분점을 P 라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \text{ 이므로}$$

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

$m \leq n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

2. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

3. $11 \cdot 13^3 + 33 \cdot 13^2 + 33 \cdot 13 + 11$ 의 인수가 아닌 것을 고르면?

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 14 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} 11 &= a, 13 = b \text{ 라 하면} \\ a \cdot b^3 + 3ab^2 + 3ab + a \\ &= a(b^3 + 3b^2 + 3b + 1) \\ &= a(b+1)^3 = 11 \cdot 14^3 \\ &= 11 \times 2^3 \times 7^3 \end{aligned}$$

4. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 고르면?

① $x^2 + 4x + 1 = (x - 2 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 + 2i)(x + 1 + 2i)$

③ $x^2 + 4 = (x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $2x^2 + 4x - 5 = \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤ $3x^2 - 6x + 1 = 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

해설

근의 공식을 통해 나온 해를 바탕으로 인수분해 한다

① $x^2 + 4x + 1 = (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6})$

③ $x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$

④ $2x^2 + 4x - 5$

$= 2\left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤ $3x^2 - 6x + 1$

$= 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

5. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m-1)x^2 + 2(m-1)x - 5 < 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 m 의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(i) $m = 1$ 일 때, $-5 < 0$ 이므로
부등식은 항상 성립한다.
(ii) $m \neq 1$ 일 때
이차부등식이 항상 성립하려면
이차항의 계수가 음수이고 $D < 0$ 이어야 한다.
 $m - 1 < 0$ 에서 $m < 1$
 $\frac{D}{4} = (m-1)^2 + 5(m-1) < 0$ 에서
 $(m-1)(m+4) < 0$
 $\therefore -4 < m < 1$
(i), (ii) 에서 $-4 < m \leq 1$
따라서 정수 m 은 -3, -2, -1, 0, 1 의
5 개이다.

6. 점 (5, 3) 으로 부터의 거리가 2 이고, 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = x, 12x - 5y - 19 = 0$
② $y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$
③ $y = 1, 12x - 5y + 5 = 0$
④ $y = 1, 4x - 5y - 8 = 0$
⑤ $y = -1, 12x + 5y - 12 = 0$

해설

점 (2, 1) 을 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면 $y - 1 = m(x - 2) \cdots \textcircled{1}$

점 (5, 3) 과 직선 $\textcircled{1}$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|m(5-2) - 3 + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$(3m - 2)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$5m^2 - 12m = 0$$

$$\therefore m = 0, \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$$

7. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.
이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

8. $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a > 0$, $b^2 - 4ac > 0$ 일 때, y 의 최댓값, 최솟값에 대한 설명 중 옳은 것은?
- ① 최댓값, 최솟값이 없다. ② 최솟값이 양수이다.
③ 최솟값이 음수이다. ④ 최댓값이 양수이다.
⑤ 최댓값이 음수이다.

해설

아래로 볼록하고, x 축과 두 점에서 만나므로 최솟값은 음수이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진
순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,
 $M + 2m$ 의 값을 구하면?

- ① -9
- ② -13
- ③ -18
- ④ -22
- ⑤ -26

해설

$1 < x + 5y < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면
 $-10 < -2x - 10y < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $-2 < 2x + 7y < 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$
그러므로, $-\frac{1}{3} < y < 4$
그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$
이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면
 $(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$
따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,
최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.
 $\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$

10. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x+2) \leq 26+x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1-x < 3(2x+1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x-5 < -(x+1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

11. $a-1 < x < a+1$ 을 만족하는 모든 x 가 $-1 < x < 3$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 \leq a \leq 2$

③ $a < 0, a > 2$

④ $a \leq 0, a \geq 2$

⑤ 구할 수 없다.

해설

$a-1 \geq -1$ 이고, $a+1 \leq 3$ 이어야 하므로

$$a \geq 0, a \leq 2$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2$$

12. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^{11} + x = a_0 + a_1(x+3) + a_2(x+3)^2 + \cdots + a_{11}(x+3)^{11}$ 이 성립할 때, $a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}$ 의 값은?

- ① $2^{22} - 2^{11} + 2$ ② $2^{22} + 2^{11} - 2$ ③ $2^{21} - 2^{10} + 1$
④ $2^{21} + 2^{10} - 1$ ⑤ $2^{21} + 2^{10} + 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = -2$, $x = -4$ 를 각각 대입하면

$$-2^{11} - 2 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{11} \cdots \textcircled{1}$$

$$-2^{22} - 4 = a_0 - a_1 + a_2 + \cdots - a_{11} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}) = 2^{22} - 2^{11} + 2$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_{11} = 2^{21} - 2^{10} + 1$$

13. $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍 (x, y) 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 무수히 많다.

⑤ 답 없음.

해설

$x^2 + y^2 = x^3$, $y^2 = x^2(x - 1)$, $x - 1 = k^2$ 을 만족하는 정수 k 를
택하면, $y = xk$ 가 된다.

따라서 $x^2 + y^2 = x^3$ 을 만족하는 자연수 쌍 (x, y) 는 무수히
많다.

14. 제품 A, B, C를 만드는 데 필요한 부품 P, Q, R의 개수는 다음 표와 같다.

	P	Q	R
A	2		4
B	2	1	2
C		1	1

어느 공장에서 부품 P, Q, R을 각각 1000 씩 구매하여, 부품 P는 440 개, 부품 Q는 670 개를 남기고, 부품 R은 230 개 이상을 남겼을 때, 만들 수 있는 제품 B의 최소 개수를 구하여라.

▶ **답:** 개

▷ 정답 : 227 개

애걸

제품 A, B, C의 개수를 각각 x 개, y 개, z 개 로 놓고 사용한 부품의 개수를 구하면

부품 P의 개수는

$$2x + 2y = 1000 - 440 = 560, x + y = 280 \cdots \textcircled{7}$$

부품 Q의 개수는

$$y + z = 1000 - 670 = 330, y + z = 330 \cdots \textcircled{L}$$

부품 R의 개수는

$$4x + 2y + z < 1000 - 230 = 770,$$

$$4x + 2y + z < 770 \dots \textcircled{C}$$

이므로 ㉠, ㉡에서 x, z 를 y 에 관해 나타내면 $x = 280 - y$,

$$z = 330 - y$$

이것을 ㉔에 대입하면

$$4(280 - y) + 2y + (330 - y) < 770$$

$$1120 - 4y + 2y + 330 - y < 770$$

$$-3y < -680 \quad \therefore y > 226.\times\times$$

만들 수 있는 제품 B 의 최소 개수는 227 개이다.

15. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 의 공통접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

원의 중심에서 직선 $y = ax + b$ 까지의
거리가 반지름과 같으면 되므로

$$\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 1 \iff b^2 = a^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{|b-2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 2 \iff (b-2)^2 = 4(a^2 + 1) \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $b^2 \geq 1$ 임을 유의하면

$$b = -2, \ a^2 = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 7$$

해설

중심 $C_1(0, 0)$ 과 직선 $ax - y + b = 0$

$$\text{사이의 거리는 } \frac{|a \cdot 0 - 1 \cdot 0 + b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1, \ |b| = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\therefore b^2 = a^2 + 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

중심 $C_2(0, 2)$ 와 직선 $ax - y + b = 0$

사이의 거리는

$$\frac{|b-2|}{\sqrt{a^2 + 1}} = 2, \ |b-2| = 2\sqrt{a^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$b^2 - 4b = 4a^2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

① $\times 4 -$ ② 에서

$$3b^2 + 4b - 4 = 0, \ (3b-2)(b+2) = 0$$

$$\therefore b = \frac{2}{3}, \ -2$$

이 때 $b^2 = a^2 + 1 \geq 1$ 에서 $b = -2$

이것을 ② 에 대입하면 $a^2 = 3$

$$\therefore a^2 + b^2 = 3 + 4 = 7$$