

1. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

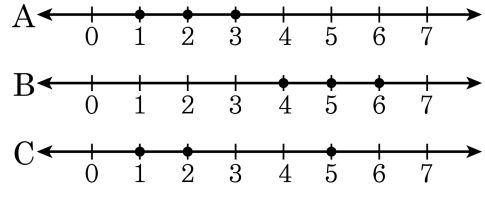
$$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

2. 다음은 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

- ① $a = b = c$
- ② $a = b < c$
- ③ $a < b = c$
- ④ $a = b > c$
- ⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.

3. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})\end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}&\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100\end{aligned}$$

이다.

4. 세 변의 길이가 4, 6, a 인 삼각형이 예각삼각형일 때, a 의 값으로 알맞은 것은?

① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

삼각형이어야 하므로 $6 - 4 < a < 6 + 4$

$2 < a < 10 \cdots \textcircled{1}$

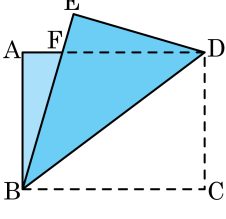
예각삼각형이라면, $6^2 - 4^2 < a^2 < 6^2 + 4^2$

$\sqrt{20} < a < \sqrt{52}$

$4.\times\times\times < a < 7.\times\times\times \cdots \textcircled{2}$

$\therefore a = 5, 6, 7$

5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



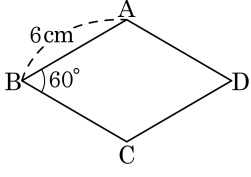
- ① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형
- ⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \cong \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60^\circ$ 이고, 한 변의 길이가 6 cm 인 마름모 ABCD 의 넓이는?

- ① $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $30\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $40\sqrt{3}\text{ cm}^2$



해설

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

마름모 ABCD 의 넓이는 $9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

7. 다음 중 원점 $O(0,0)$ 와의 거리가 가장 먼 점은?

- ① $A(-1, -2)$ ② $B(1, -1)$ ③ $C(2, 3)$
④ $D(\sqrt{2}, 1)$ ⑤ $E(-2, -1)$

해설

- ① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

8. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

높이를 x 라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

$$\sqrt{5^2 + 5^2 + x^2} = 3\sqrt{6}$$

$$x^2 = 4$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

9. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 + 4ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① -9

② -6

③ 6

④ 9

⑤ 14

해설

$$y = x^2 + 4ax + b = (x + 2a)^2 - 4a^2 + b$$

$x = 2$ 일 때, 최솟값이 6 이므로

$$y = (x - 2)^2 + 6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 2a = -2, a = -1$$

$$-4a^2 + b = 6, b = 10$$

$$\therefore a + b = 9$$

11. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1 시간
- ② 2 시간
- ③ 3 시간
- ④ 4 시간
- ⑤ 5 시간

해설

(평균)= $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$\frac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\frac{14}{7}=2(시간)$ 이다.

12. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답 :

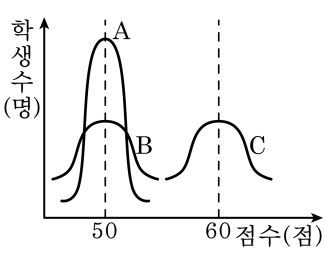
▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로
 $-5 + 0 + 10 + x + 5 = 0$
 $\therefore x = -10$
$$\frac{(-5)^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-5)^2}{5}$$
$$= \frac{25 + 100 + 100 + 25}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.

13. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
- ㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
- ㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
- ㉤ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
- ㉥ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

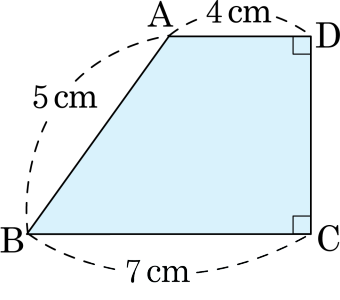
▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉤ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

14. 다음 그림에서 □ABCD 가 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



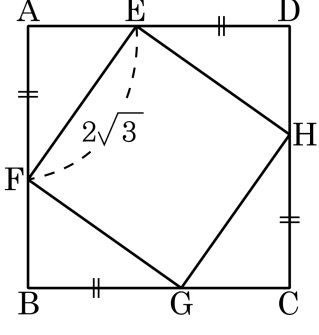
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{65}$ cm

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 수선의 발을 H 라 하자. $\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면
 $\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$ 가 된다.
 $\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?

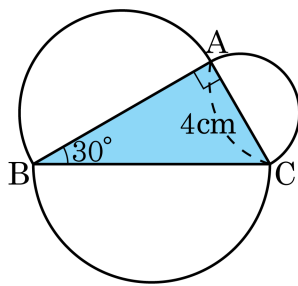


- ① $4(\sqrt{2} + 1)$ ② $8(\sqrt{3} + 1)$ ③ $4(\sqrt{3} + 2)$
 ④ $8(\sqrt{2} + 1)$ ⑤ $8(\sqrt{2} + 2)$

해설

$\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \sqrt{2}x$
 $\triangle AEF$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $12 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ 이
 되어 $x = 2$ 이 성립한다.
 따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는 $4(2 + 2\sqrt{2}) = 8(1 + \sqrt{2})$
 이다.

16. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm²

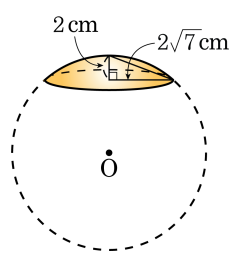
▷ 정답: $8\sqrt{3}$ cm²

해설

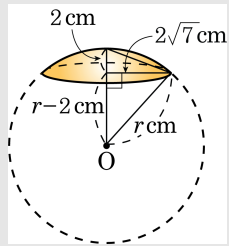
$$\begin{aligned} \overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} &= 1 : \sqrt{3} : 2 \text{ 이므로} \\ \overline{AB} &= 4\sqrt{3}(\text{cm}), \overline{BC} = 8(\text{cm}) \\ (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (\triangle ABC \text{의 넓이}) \\ &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 \\ &= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 구를 평면으로 잘라 단면이 생겼을 때 구의 지름은?

- ① 8 cm ② 10 cm ③ 12 cm
④ 14 cm ⑤ 16 cm



해설



$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} &= \sqrt{r^2 - (r-2)^2} \\ &= \sqrt{r^2 - (r^2 - 4r + 4)} \\ &= \sqrt{4r - 4} = \sqrt{28} \end{aligned}$$

이므로

$$4r - 4 = 28 \quad \therefore r = 8(\text{cm})$$

반지름이 8 cm 이므로 지름은 16 cm 이다.

18. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

19. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

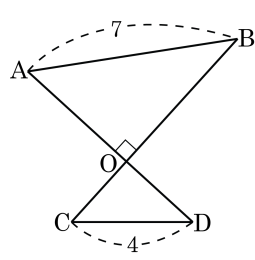
▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
 $45 = 45 + 40x - 5x^2$
 $5x^2 - 40x = 0$
 $x^2 - 8x = 0$
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 7, \overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

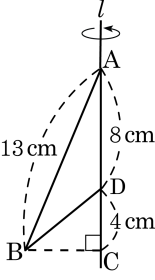
▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} &\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 \\ &= (\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2) + (\overline{OC}^2 + \overline{OD}^2) \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \\ &= 7^2 + 4^2 \\ &= 65 \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABD$ 를 직선 AC 를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?

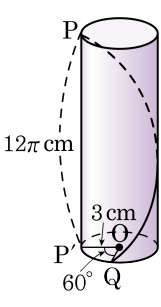
- ① $\frac{100}{3}\pi \text{ cm}^3$
 ② $60\pi \text{ cm}^3$
- ③ $\frac{200}{3}\pi \text{ cm}^3$
 ④ $80\pi \text{ cm}^3$
- ⑤ $\frac{400}{3}\pi \text{ cm}^3$



해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ (cm)}$ 이다.
 따라서 입체도형의 부피는
 $\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12\right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 4\right)$
 $= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{OP'}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP' 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle P'OQ = 60^\circ$ 가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.

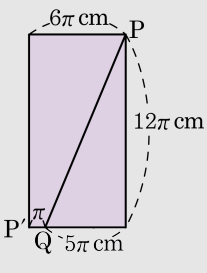


▶ 답 : cm

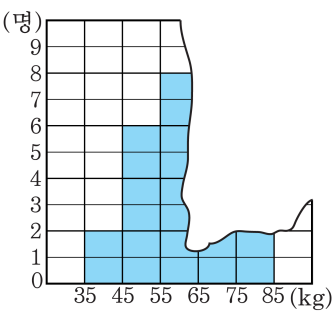
▷ 정답 : 13π cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{P'Q} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 6\pi \\ &= \pi \text{ (cm)} \\ \overline{QP} &= \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} \\ &= 13\pi \text{ (cm)} \\ \therefore &13\pi \text{ cm}\end{aligned}$$



23. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5% 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$ (명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24} = \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \dots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24} \{ (40 - 60)^2 \times 2 + (50 - 60)^2 \times 6 + (60 - 60)^2 \times 8 + (70 - 60)^2 \times 5 + (80 - 60)^2 \times 3 \}$$

$$= \frac{1}{24} (800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \dots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129 이다.

24. $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2$ 인 직사각형 ABCD 의 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AC} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DC} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{DH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$\triangle CHD$ 에서

$$\overline{CH} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

따라서, $\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{DH}^2$ 이므로

$$\therefore \overline{BH} = \sqrt{2}$$

$$\text{따라서 } \overline{BH}^2 + \overline{DH}^2 = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ 이다.}$$

25. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{BG^2} + \overline{CG^2} = 20$ 이다. 이때 선분 AG 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{BG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{BF}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{BF^2} \\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2\right\} \\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC^2}\right) \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CG^2} &= \left(\frac{2}{3}\overline{CD}\right)^2 = \frac{4}{9}\overline{CD^2} \\ &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AC^2} + \left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2\right\} \\ &= \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right) \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BG^2} + \overline{CG^2} &= \frac{4}{9}\left\{\overline{AB^2} + \frac{1}{4}\overline{AC^2}\right\} + \frac{4}{9}\left(\overline{AC^2} + \frac{1}{4}\overline{AB^2}\right) \\ &= \frac{5}{9}\left(\overline{AB^2} + \overline{AC^2}\right) \\ &= \frac{5}{9}\overline{BC^2} \\ &= 20\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BC} = 6$$

또 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \text{ 이다.}$$