1. 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 5)$ 인 이차 함수의 식을 구하면?

① $y=-x^2+2x-7$ ② $y=-x^2-2x+7$
③ $y=-x^2+2x-5$ ④ $y=-x^2-2x+5$
⑤ $y=x^2-2x+5$

해설
$y=a(x+1)^2+6$ 에 $(0,\ 5)$ 를 대입하면
$5=a+6$
$a=-1$
$\therefore\ y=-(x+1)^2+6=-x^2-2x+5$

2. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 3

해설

$y = -x^2 + 2x + 10$
$= -(x - 1)^2 + 11$ 에서 $M = 11$
$y = 3x^2 + 6x - 5$
$= 3(x + 1)^2 - 8$ 에서 $m = -8$
$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$

3. 다음은 두 양궁 선수 A, B 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 작은 선수를 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	8	9	8	7
B	7	10	8	6	9

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

A, B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 작은 선수는 A 이다.

4. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 사람의 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 사람의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, B 의 몸무게와 다섯 사람의 전체의 표준편차를 차례대로 나열한 것은? (단, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

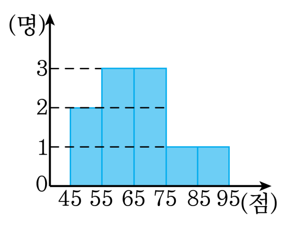
학생	A	B	C	D	E
편차(kg)	-2	3	1	x	0

① 60 kg, 1 kg ② 64 kg, 1 kg ③ 64 kg, 2 kg
④ 68 kg, 2 kg ⑤ 68 kg, 3 kg

해설

B 의 몸무게는 $65+3=68(\text{kg})$
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-2+3+1+x+0=0,\quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$
따라서 분산이
$$\frac{(-2)^2+3^2+1^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 4 이다.
따라서 표준편차는 $\sqrt{4}=2\,\text{kg}$ 이다.

5. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

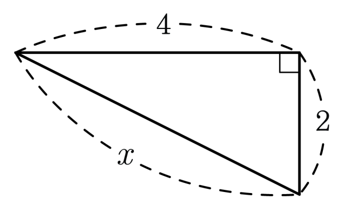
$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$ 이다.

6. 다음 그림에서 x 의 값은?

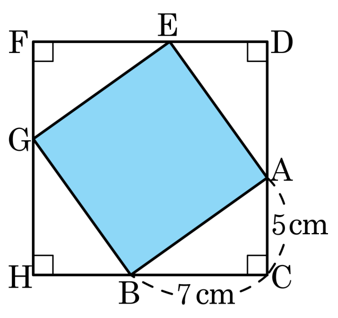


① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라
$4^2 + 2^2 = x^2$
$x^2 = 20$
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

7. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



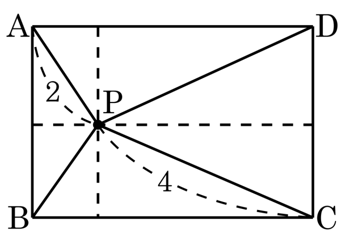
① $71\,cm^2$　② $72\,cm^2$　③ $73\,cm^2$　④ $74\,cm^2$　⑤ $75\,cm^2$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

$□BAEG = (\sqrt{74})^2 = 74\ (cm^2)$

8. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{AP} = 2$, $\overline{CP} = 4$ 이면, $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 의 값은?

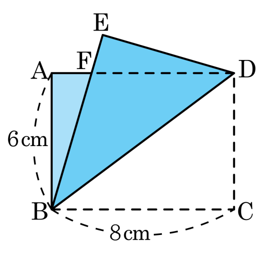


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{BP^2} + \overline{DP^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{\mathrm{AF}}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

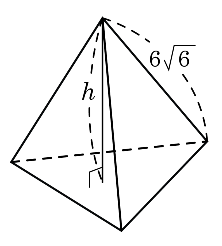


① $x+4$ ② $2x$ ③ $8-x$ ④ $6-x$ ⑤ x^2

해설

$\triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{EDF}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = x$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BF}} = 8 - x$ 이다.

10. 한 모서리의 길이가 $6\sqrt{6}$ 인 정사면체의 높이는?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 12 ⑤ 13

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정사면체의 높이는 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ 이므로

$\therefore h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6\sqrt{6} = 12$

11. 이차함수 $y=-x^2+ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
(단, $a>0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a=4$

해설

$y=-x^2+ax=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}$

$x=\frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$\frac{a^2}{4}=4,\ a=\pm 4$

$a>0$ 이므로 $a=4$ 이다.

12. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답： ＿＿＿ 초

▶ 답： ＿＿＿ m

▷ 정답： 4초

▷ 정답： 80 m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x-4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

13. 다음 도수분포표는 민지네 반 10명의 던지기 기록을 나타낸 표이다. 던지기 기록의 평균은?

거리(m)	도수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	1
$5^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
$10^{\text{이상}} \sim 15^{\text{미만}}$	4
$15^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	3
합계	10

① 10 m ② 12 m ③ 14 m ④ 16 m ⑤ 20 m

해설

계급값이 각각 2.5, 7.5, 12.5, 17.5 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{(2.5 \times 1 + 7.5 \times 2 + 12.5 \times 4 + 17.5 \times 3)}{10}$$

$$= \frac{120}{10} = 12(\text{m})$$

14. 다음은 지영이네 반 25명이 체육시간에 던지기 기록을 측정한 것이다. 평균을 구하면?

계급(m)	도수(명)
$20^{이상}$ ~ $30^{미만}$	5
$30^{이상}$ ~ $40^{미만}$	8
$40^{이상}$ ~ $50^{미만}$	6
$50^{이상}$ ~ $60^{미만}$	4
$60^{이상}$ ~ $70^{미만}$	2
합계	25

① 38 m　② 39 m　③ 40 m　④ 41 m　⑤ 42 m

해설

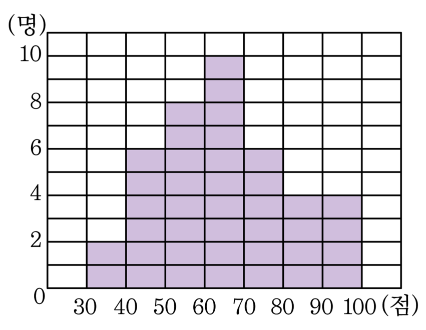
각각의 계급값은

25, 35, 45, 55, 65 이므로

(평 균)= $\dfrac{25\times5+35\times8+45\times6+55\times4+65\times2}{25}$ =

$\dfrac{125+280+270+220+130}{25}=41(\mathrm{m})$

15. 다음 그림은 40명의 영어성적에 대한 히스토그램의 일부분이다. 이 40명의 영어 성적의 평균을 구하여라.



▶ 답: 점

▷ 정답: 65점

해설

60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는

$40 - (2+6+8+6+4+4) = 10$

$(\text{평균}) = \dfrac{35\times2+45\times6+55\times8+65\times10}{40}$

$+\dfrac{75\times6+85\times4+95\times4}{40}$

$= \dfrac{70+270+440+650+450+340+380}{40} = \dfrac{2600}{40} = 65(\text{점})$

16. 5 개의 변량 $4, 5, x, 11, y$ 의 평균이 6 이고 분산이 8 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5 개의 변량의 평균이 6 이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

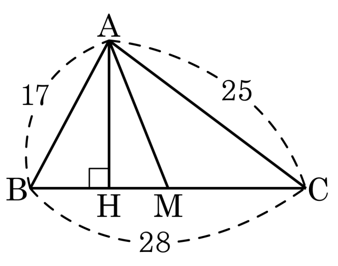
$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$

$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$

$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$

$\therefore x^2 + y^2 = 58$

17. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 17$, $\overline{BC} = 28$, $\overline{CA} = 25$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{BH} = x$ 이면 $\overline{HC} = 28 - x$

$\overline{AH}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

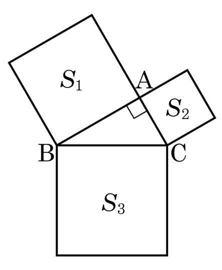
$56x = 448,\ x = 8$

$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$

$\therefore\ \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=2:3$ 일 때, $S_2:S_3$ 는?

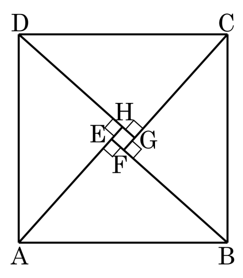


① $2:\sqrt{5}$ ② $\sqrt{5}:3$ ③ $2:3$ ④ $5:9$ ⑤ $4:5$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=2:3$ 이므로
$S_1:S_3=4:9$
$S_1=4a$라 하면 $S_3=9a$
$S_2=S_3-S_1=5a$
따라서 $S_2:S_3=5:9$ 이다.

19. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 사각형 ABCD 의 넓이는 36cm^2 , AE 의 길이는 4cm 일 때, 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는?

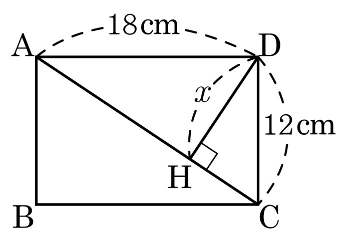


① $2(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$　② $4(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$　③ $4(\sqrt{5}-1)\,\text{cm}$　④ $8(\sqrt{6}-1)\,\text{cm}$　⑤ $8(\sqrt{5}-2)\,\text{cm}$

해설

□ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로
한 변의 길이는 6cm 이다.
$\overline{AH} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AE} = 4\text{cm}$ 이고 사각형 EFGH 의 한 변인 $\overline{EH} = \overline{AH} - \overline{AE}$ 이므로
$\overline{EH} = 2\sqrt{5}-4 = 2(\sqrt{5}-2)$ 이고,
사각형 EFGH 의 둘레의 길이는
$2(\sqrt{5}-2)\times 4 = 8(\sqrt{5}-2)$ cm이다.

20. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DH}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



① $\frac{30\sqrt{13}}{13}$ cm ② $\frac{32\sqrt{13}}{13}$ cm ③ $\frac{34\sqrt{13}}{13}$ cm
④ $\frac{36\sqrt{13}}{13}$ cm ⑤ $\frac{38\sqrt{13}}{13}$ cm

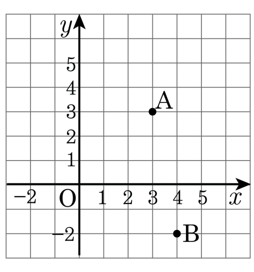
해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 18^2} = \sqrt{6^2(4+9)} = 6\sqrt{13}(\text{cm})$

$12 \times 18 = 6\sqrt{13} \times x$

$\therefore x = \frac{36\sqrt{13}}{13}(\text{cm})$

21. 좌표평면 위에 두 점 A$(3,\ 3)$, B$(4,\ -2)$가 있다. 점 A에서 출발하여 y축 위에 임의의 점 P를 지나 점 B까지 가는 최단거리를 $\sqrt{a}$라고 할 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답 :

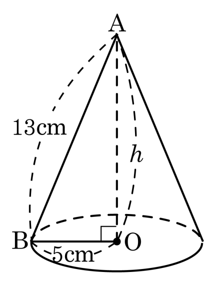
▷ 정답 : $a = 74$

해설

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점 B$'(-4,\ -2)$를 잡을 때, 선분 AB$'$의 길이와 같다.

$\therefore \overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{\{3-(-4)\}^2+\{3-(-2)\}^2} = \sqrt{74}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$, 모선의 길이가 $13\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 있다. 원뿔의 높이 h 와 부피 V 모두 바르게 구한 것은?



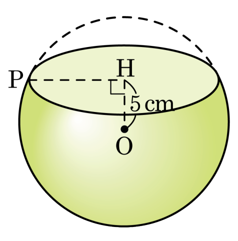
① $10\,\mathrm{cm}$, $100\pi\,\mathrm{cm}^3$
② $11\,\mathrm{cm}$, $100\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $11\,\mathrm{cm}$, $120\pi\,\mathrm{cm}^3$
④ $12\,\mathrm{cm}$, $100\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $12\,\mathrm{cm}$, $120\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

원뿔의 높이는 $\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\mathrm{cm})$ 이다.

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구를 중심 O 에서 5 cm 만큼 떨어진 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 넓이를 구하여라.



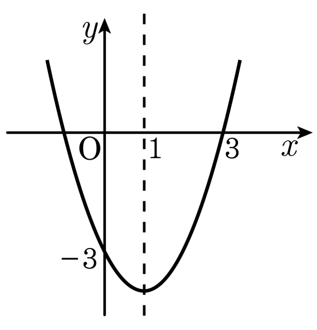
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 144π cm^2

해설

단면의 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
$\triangle$OPH 가 직각삼각형이므로
$r^2 + 5^2 = 13^2$, $r^2 = 144$
$r > 0$ 이므로 $r = 12$ (cm)
$\therefore$ (원의 넓이) $= \pi \times 12^2 = 144\pi$ (cm^2)

24. 다음 그림은 직선 $x=1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?



① −4　　② −1　　③ 0　　④ 2　　⑤ 5

해설

$y=a(x-1)^2+q$
$x=0$ 일 때, $a+q=-3$ $\cdots\cdots(1)$
$x=3$ 일 때, $4a+q=0$ $\cdots\cdots(2)$
(2) 에서 (1) 을 빼면, $3a=3$
$\therefore\ a=1,\ q=-4$
$y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$
따라서 $x=1$ 일 때, $y=a+b+c=-4$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3,\ -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1,\ 2)$ 를 대입하면

$2 = 4a - 4$

$\therefore a = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$

$a = \frac{3}{2},\ b = -9,\ c = \frac{19}{2}$

$\therefore\ a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$

26. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ 답: ________ cm

▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 12 cm

▷ 정답: 12 cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24-x)$ cm 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24-x) \\ &= -x^2+24x \\ &= -(x-12)^2+144 \end{aligned}$$

$x=12$ 일 때, 최댓값 144 를 갖는다.

$\therefore x=12,\ 24-x=12$

따라서 가로의 길이는 12 cm, 세로의 길이도 12 cm

27. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

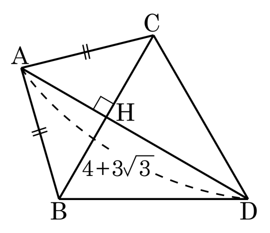
▷ 정답: 4

▷ 정답: $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a라 하면
i) 5가 가장 긴 변인 경우
$5^2 = a^2 + 3^2 \ \therefore \ a = 4$
ii) a가 가장 긴 변인 경우
$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \ \therefore a = \sqrt{34}$

28. 다음 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$를 구하여라.



(가) $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이고 $\overline{BC}=6$인 이등변 삼각형 ABC
(나) $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC
(다) $\overline{AD}=4+3\sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{AD}$ 는 △ABC 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH}=\overline{HC}=3$ 이다.

△BDC 는 정삼각형이므로 $\overline{DH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\overline{AH}=4+3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=4$,
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이다.

29. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2,\ 1), B(1,\ 4)$ 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\angle APB = 90°$ 가 되도록 점 P 를 잡을 때, $\triangle APB$ 의 둘레의 길이는?

① $3 + \sqrt{2}$　　② $3\sqrt{2}$　　③ 6

④ $6 + 3\sqrt{2}$　　⑤ $6 + 6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$

$\angle APB$가 직각이고 $\overline{AP} = \overline{BP}$이므로

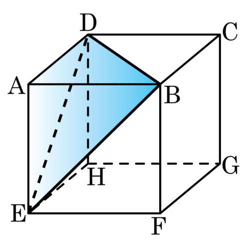
$\triangle APB$는 직각이등변삼각형이다.

$\overline{AP} = \overline{BP} = x$ 라 하면,

$x^2 + x^2 = (3\sqrt{2})^2 \therefore x = 3$

$\therefore \triangle ABP$ 의 둘레는 $3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6 + 3\sqrt{2}$

30. 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A – DEB 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48 + 16\sqrt{3}$

해설

$\triangle$DEB 는 한 변의 길이가 8 인 정삼각형이므로

($\triangle$DEB의 넓이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}$

$\therefore$ (A – DEB의 겉넓이) $= 3\triangle ABE + 16\sqrt{3}$

$= 48 + 16\sqrt{3}$

31. 이차함수 $y = x^2 + kx - 2k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값과 그 때의 k 의 값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 4$

▷ 정답: $k = -4$

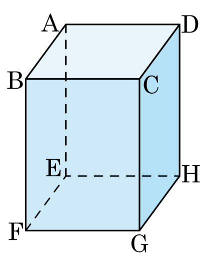
해설

$y = \left(x + \frac{1}{2}k\right)^2 - 2k - \frac{1}{4}k^2$

$\therefore m = -2k - \frac{1}{4}k^2 = -\frac{1}{4}(k+4)^2 + 4$

따라서 m 의 최댓값은 4 , $k = -4$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

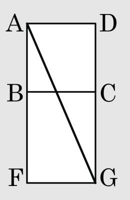


▶ 답 :

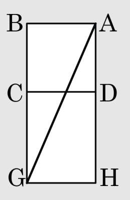
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

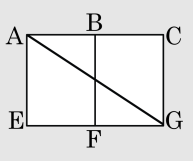
구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



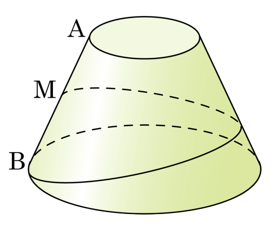
$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8, 윗면의 반지름의 길이가 4, 모선의 길이가 16 인 원뿔대가 있다. 이 원뿔대의 밑면의 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

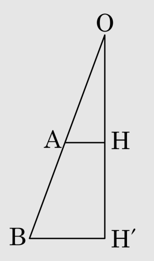


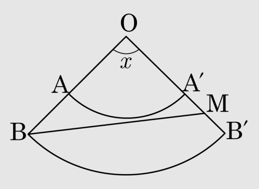
▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다음 그림에서 $\triangle OAH \backsim \triangle OBH'$ (AA 닮음) 이고, 닮음비가 $1:2$ 이므로 $\overline{OA} = 16$ 이다.





또, 원뿔대의 옆면의 전개도에서

$\angle BOB' = x$ 라 하면

$2\pi \times 16 \times \dfrac{x}{360} = 2\pi \times 4$

$\therefore\ x = 90°$

따라서, $\overline{BM} = \sqrt{32^2 + (16+8)^2} = 40$ 이다.