

1. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, $a-3, b-3, c-3, d-3, e-3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 3

▷ 정답 : 분산 : 5

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 6 - 3 = 3$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 5 = 5$$

2. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① 3, 5, 4

② 4, 2, $2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{3}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}$, 6, $\sqrt{21}$

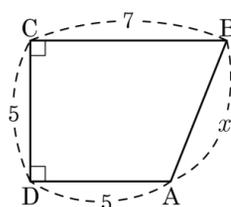
⑤ 4, 5, $2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 하고, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

⑤에서 가장 긴 변은 5 인데, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

3. 다음 그림을 보고 x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $\sqrt{29}$ ⑤ $\sqrt{31}$

해설

점 A 에서 \overline{BC} 에서 수선을 내리면
 $x^2 = 25 + 4,$
 $x > 0$ 이므로 $\therefore x = \sqrt{29}$

4. 가로 길이가 5cm 이고, 대각선의 길이가 10cm 인 직사각형의 넓이를 구하여라.

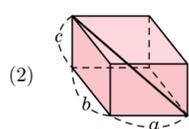
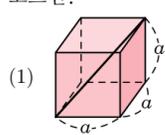
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad}$ $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $25\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

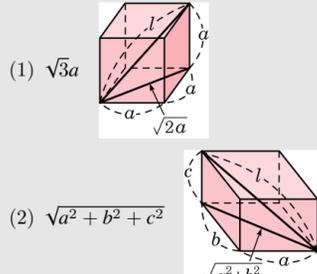
(세로의 길이) = $\sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 직사각형의 넓이는 $5 \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 입체도형을 보고 두 도형의 대각선의 길이를 바르게 짝지은 것을 고르면?



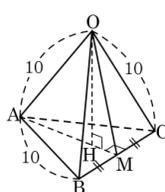
- ① (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ ② (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 - b^2 - c^2}$
 ③ (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ④ (1) $\sqrt{3}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 ⑤ (1) $\sqrt{3}a$, (2) $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$

해설



6. 다음은 한 변의 길이가 10 인 정사면체를 그린 것이다. 높이와 부피를 각각 구하면?

- ① $h = \frac{7\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$
 ② $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$
 ③ $h = \frac{8\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$
 ④ $h = \frac{10\sqrt{6}}{3}, V = \frac{250\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $h = \frac{11\sqrt{6}}{3}, V = \frac{230\sqrt{2}}{3}$



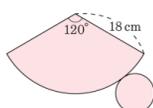
해설

높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 10 = \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 10^3 = \frac{250\sqrt{2}}{3}$$

7. 전개도가 다음 그림과 같은 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답: cm^3

▷ 정답: $144\sqrt{2}\pi \text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$36\pi \times \frac{1}{3} = 2\pi r$$

$$\therefore r = 6(\text{cm})$$

$$\text{원뿔의 높이} : \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi \times 36 \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

8. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x+1)^2 + 2$

② $y = 2(x+1)^2 + 2$

③ $y = -2(x-1)^2 + 2$

④ $y = 2(x-1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x+1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 2$
 $(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = a + 2, a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x+1)^2 + 2$ 이다.

9. 축의 방정식이 $x=0$ 이고 두 점 $(1, 3)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

- ① $y = x^2 - 4$ ② $y = 2x^2 - 6$ ③ $y = -x^2 + 4$
④ $y = -2x^2 + 5$ ⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x=0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

$$(1) \text{ 에 대입하면 } q = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

10. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -2x^2 + 1$

② $y = -x^2 + x + 1$

③ $y = -(x-1)^2 + 4$

④ $y = 1 - x^2$

⑤ $y = (x-1)(x+2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

11. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

12. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

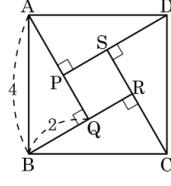
1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a, b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b)+x = 255, \quad 168+x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

13. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



- ① $2(\sqrt{2}-1)$ ② $2(\sqrt{3}-1)$ ③ $3(\sqrt{2}-1)$
 ④ $3(\sqrt{3}-1)$ ⑤ 3

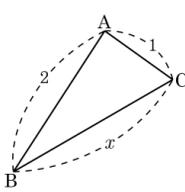
해설

$$\overline{AP} = \overline{BQ} = 2, \overline{AQ} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 2\sqrt{3} - 2$$

∴ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3}-1)$ 이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 예각일 때, x 의 값의 범위는? (단, x 가 가장 긴 변이다.)

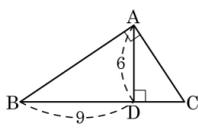


- ① $1 < x < \sqrt{5}$ ② $2 < x < \sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5} < x < \sqrt{7}$
 ④ $\sqrt{5} < x < \sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{7} < x < \sqrt{11}$

해설

- i) x 가 가장 긴 변이므로 $2 < x$
 ii) $x^2 < 2^2 + 1^2$
 $\therefore 2 < x < \sqrt{5}$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90^\circ$,
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $AD = 6$, $BD = 9$ 일 때,
 \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4

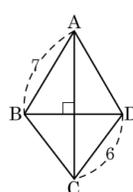
해설

$$6^2 = 9x$$

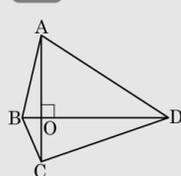
$$\therefore x = 4$$

16. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 6$ 일 때,
 $\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{85}$ ③ 13
 ④ 85 ⑤ 169



해설

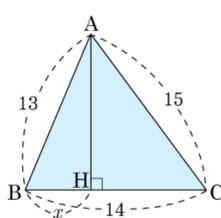


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다.

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$$

$$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 7^2 + 6^2 = 85$$

17. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

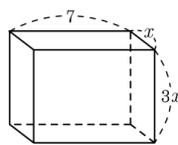
▷ 정답: 5

해설

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \Rightarrow \therefore x = 5$$

18. 다음 그림은 대각선의 길이가 9인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?

- ① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$



해설

$$\sqrt{(3x)^2 + x^2 + 7^2} = 9$$

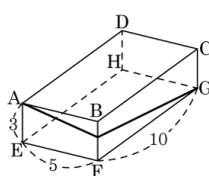
$$\sqrt{10x^2 + 49} = 9$$

$$10x^2 + 49 = 81, 10x^2 = 32$$

$$x^2 = \frac{16}{5}$$

$$\therefore x = \frac{4\sqrt{5}}{5} (x > 0)$$

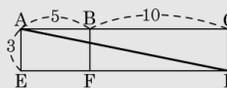
19. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하면?



- ① $\sqrt{243}$ ② $3\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{89}$ ④ $2\sqrt{41}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + (5+10)^2} = \sqrt{9 + 225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$$



20. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1)$, $(0, -5)$, $(2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

21. 다음은 어느 반 학생 30 명의 몸무게를 나타낸 표이다. 이 반 학생들의 평균 몸무게를 구하여라.

무게 (kg)	학생 수 (명)
55 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	1
60 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	5
70 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	9
75 ^{이상} ~ 80 ^{미만}	7
80 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	5
합계	30

▶ 답: kg

▷ 정답: 73 kg

해설

$$\frac{1}{30} \{57.5 \times 1 + 62.5 \times 3 + 67.5 \times 5 + 72.5 \times 9 + 77.5 \times 7 + 82.5 \times 5\} = 73 \text{ (kg)}$$

23. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4} = 4, a+b+13 = 16$$

$$\therefore a+b = 3 \cdots \text{㉠}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4} = 7$$

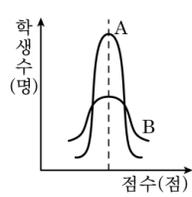
$$a^2+b^2-8(a+b)+49 = 28$$

$$\therefore a^2+b^2-8(a+b) = -21 \cdots \text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

24. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?

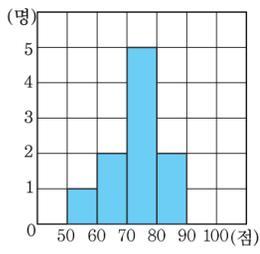


- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

25. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

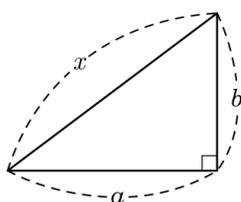
$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$

26. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

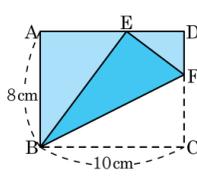


- ① 8 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0$, $x = 6, 8$
빗변이 아닌 두 변의 길이가 6, 8 이므로
피타고라스 정리에 따라
 $x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
 $x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

27. 직사각형 ABCD 에서 \overline{BF} 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 AD 위의 점 E 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle BEF$ 의 넓이는?



- ① 25 cm^2 ② 35 cm^2 ③ 40 cm^2
 ④ 45 cm^2 ⑤ 50 cm^2

해설

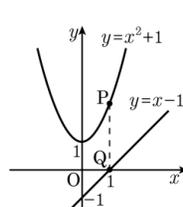
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = 4(\text{cm})$ 이다.

$\overline{EF} = x \text{ cm}$ 라 하면, $\overline{DF} = (8 - x) \text{ cm}$

$\triangle DEF$ 에서 $4^2 + (8 - x)^2 = x^2$, $x = 5$ 이다. 따라서 $\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$ 이다.

28. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 \overline{PQ} 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

\overline{PQ} 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, \overline{PQ} 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

29. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

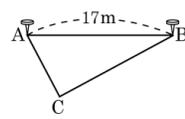
해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196\end{aligned}$$

따라서 밑변은 14, 높이는 14이다.

30. 17m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 직각이 되게 하려고 할 때, \overline{AC} 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



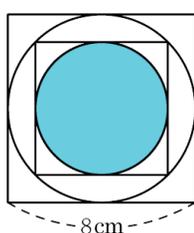
▶ 답: m

▷ 정답: 8m

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$
 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 $x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$
 $x^2 - 23x + 120 = 0$
 $(x - 8)(x - 15) = 0$
 $\therefore x = 8(\text{m})$ ($\because \overline{AC} < \overline{BC}$)

31. 다음 그림은 한 변의 길이가 8cm인 정사각형의 내부에 내접하는 원을 그리고, 또 그 원에 내접하는 정사각형을 그린 후 또 내접하는 원을 반복하여 그린 것이다. 어두운 원의 반지름을 구하여라.



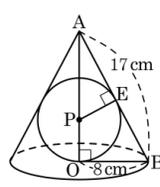
▶ 답: cm

▷ 정답: $2\sqrt{2}$ cm

해설

큰 원의 반지름 : 4cm
 작은 정사각형의 대각선의 길이 : 8cm
 작은 정사각형의 한 변의 길이 : $4\sqrt{2}$ cm
 작은 원의 반지름 : $2\sqrt{2}$ cm

32. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm, 모선의 길이가 17cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\frac{24}{5}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{AO} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \\ \overline{PO} &= x \text{ 라고 하면 } \overline{AP} = 15 - x \\ \triangle AEP \sim \triangle AOB \text{ 에서 } 15 - x : 17 &= x : 8 \\ 17x &= 8(15 - x), 17x = 120 - 8x, 25x = 120, \\ \therefore x &= \frac{120}{25} = \frac{24}{5} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

33. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

$$4a^2 = 16 + a^2$$

$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대입})$$

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$

