

1. 이차방정식 A 의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B 의 근일 때, a 의 값을 구하여라.

$$A: (x+2)^2 - 2(x+2) - 15 = 0$$
$$B: 2x^2 + ax - 5a = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2 - 2t - 15 = 0$$
$$(t-5)(t+3) = 0, t=5 \text{ 또는 } t=-3$$
$$t=x+2=5, t=x+2=-3 \text{에서 } x=3 \text{ 또는 } x=-5$$

따라서 큰 근은 3이다.

$$x=3 \text{을 } 2x^2 + ax - 5a = 0 \text{에 대입하면}$$
$$18 + 3a - 5a = 0$$
$$\therefore a = 9$$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

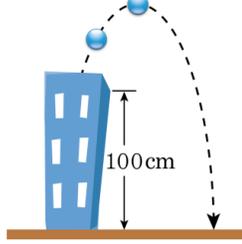
따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

4. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
 ④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는

시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 $-2, 5$ 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -\frac{5}{2}$

▷ 정답: $x = 1$

해설

$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{2b}{a} \\ &= -2 + 5 \\ &= 3 \end{aligned}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ 이므로 $3a = 2b, b = \frac{3}{2}a$

$$\begin{aligned} \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} &= \frac{4c}{a} \\ &= (-2) \times 5 \\ &= -10 \end{aligned}$$

즉, $\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$ 이므로 $5a = -2c, c = -\frac{5}{2}a$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 + \frac{3}{2}ax - \frac{5}{2}a = 0$ 이다.

그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}, x = 1$$