1. 이차방정식 A의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B의 근일 때, a의 값을 구하여라.

$A: (x+2)^2 - 2(x+2) - 15 = 0$
$B: 2x^2 + ax - 5a = 0$

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x+2=t$로 치환하면 $t^2 - 2t - 15 = 0$
$(t-5)(t+3) = 0$, $t = 5$ 또는 $t = -3$
$t = x+2 = 5$, $t = x+2 = -3$에서 $x = 3$ 또는 $x = -5$
따라서 큰 근은 3이다.
$x = 3$을 $2x^2 + ax - 5a = 0$에 대입하면
$18 + 3a - 5a = 0$
$\therefore\ a = 9$

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$-\dfrac{b}{a} = (\sqrt{5}+2)+(-\sqrt{5}+2) = 4$, $\dfrac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$

$\therefore a = -5$

$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$

$\therefore a+b = -5+20 = 15$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $x,\ x+4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore\ x = 2$

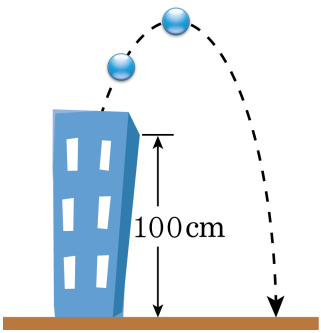
따라서 두 근은 $2, 6$ 이다.

$2,\ 6$ 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8,\ b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

4. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m

④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$

$t^2 - 8t + 12 = 0$

$(t-2)(t-6) = 0$

$\therefore\ t = 2$ 또는 $t = 6$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$t = \dfrac{6-2}{2} = 2(\text{초})$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 40t + 100$

$= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100$

$= 180(\text{m})$

5. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 $x=\dfrac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$ 로 잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 -2, 5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-\dfrac{5}{2}$

▷ 정답: $x=1$

해설

$x=\dfrac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{a}$ 가 두 근이므로

$\dfrac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}+\dfrac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=\dfrac{2b}{a}$

$=-2+5$

$=3$

즉, $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2}$ 이므로 $3a=2b$, $b=\dfrac{3}{2}a$

$\dfrac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}\times\dfrac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=\dfrac{4c}{a}$

$=(-2)\times5$

$=-10$

즉, $\dfrac{c}{a}=-\dfrac{5}{2}$ 이므로 $5a=-2c$, $c=-\dfrac{5}{2}a$

따라서 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $ax^2+\dfrac{3}{2}ax-\dfrac{5}{2}a=0$ 이다.

그런데 $a\neq0$ 이므로

$2x^2+3x-5=0$

$(2x+5)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{5}{2},\ x=1$