

1. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\text{약수의 개수} : (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$$

2. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

3. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

4. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$

5. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고

$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 1$, $b = 2$

6. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$

7. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로
84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

8. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

① 12

② 24

③ 40

④ 108

⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

9. A 가 60의 약수의 모임일 때, A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

A 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이므로 A 의 개수는 12개이다.

10. 다음 수들 중 약수의 개수가 다른 것은?

① $3^3 \times 2^2$

② 3×2^5

③ $2^4 \times 3^2$

④ $2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $5^3 \times 7^2$

해설

$N = a^x b^y c^z$ 으로 소인수분해 될 때 N 의 약수의 개수는 $(x+1) \times (y+1) \times (z+1)$ 개다.

① $3^3 \times 2^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

② $3 \times 2^5 \rightarrow (1+1) \times (5+1) = 2 \times 6 = 12$

③ $2^4 \times 3^2 \rightarrow (4+1) \times (2+1) = 5 \times 3 = 15$

④ $2 \times 3 \times 5^2 \rightarrow (1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$

⑤ $5^3 \times 7^2 \rightarrow (3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12$

11. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

12. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

13. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

14. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

15. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

①

2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

16. 두 수 a, b 의 최대공약수가 18 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 18 의 약수와 같다.
18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 6 개이다.

17. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 46

▷ 정답 : 92

▷ 정답 : 138

▷ 정답 : 184

해설

최소공배수가 46 일 때, a, b 의 공배수는 46 의 배수이다.
따라서 46, 92, 138, 184 이다.

18. a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2

② 3

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같다는 것은 a 와 15 의 최소 공배수가 15 라는 뜻이다.

따라서 a 와 15 의 최소공배수가 15 가 나오기 위해서는 a 가 15 의 약수가 되어야 한다.

19. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

20. 다음 중 두 수 $2^2 \times 5^3 \times 11$, $2 \times 5^2 \times 11^2$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^2 \times 5^3 \times 11^2$

② $2^2 \times 5^4 \times 11^3$

③ $2^2 \times 5^3 \times 7 \times 11^2$

④ $2^3 \times 5^2 \times 11^2$

⑤ $2^3 \times 5^3 \times 11^4$

해설

최소공배수가 $2^2 \times 5^3 \times 11^2$ 이므로 5의 지수가 최소공배수보다 작은 $2^3 \times 5^2 \times 11^2$ 는 공배수가 될 수 없다.

21. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^3 \times 5$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

22. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

23. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

20 = $2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore a = 1$

24. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

25. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

26. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

27. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

28. 서로 다른 세 수 48, 72, a 의 최대공약수가 24 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 고르면?

① 24

② 36

③ 56

④ 60

⑤ 96

해설

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 48 \quad 72 \quad a} \\ \underline{2 \quad 3 \quad \square} \end{array}$$

48, 72, a 를 24 로 나눈 몫이 각각 2, 3, $\square$ 이고, 최대공약수가 24 가 된다. 즉, $\square$ 는 24 의 배수가 되는 두 자리 자연수를 만족하여야 한다. $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 4 이고 a 의 값은 24, 96 이 된다.

29. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.

또한,

$3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로

$3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.

따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

30. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

31. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

32. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

33. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16 개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16 개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

34. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

35. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로

$$a = 3^2 = 9$$