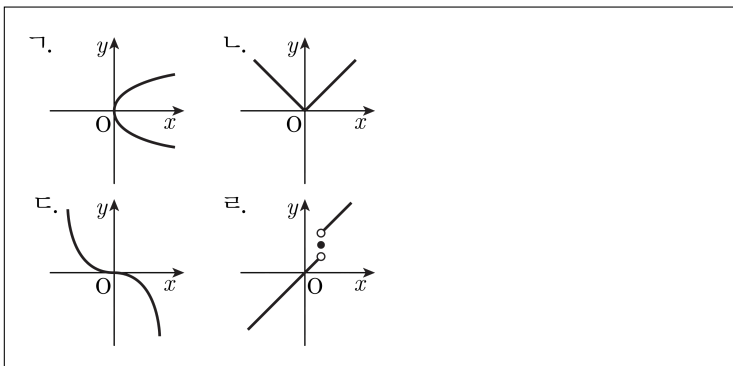


1. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x+y$ 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이 함수이다.

일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.

따라서 ㉡이 일대일 대응이다.

$$\therefore x+y=4$$

2. 유리식 $\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x+2}{x-1}$

② $\frac{x+1}{x+2}$

③ $\frac{x+4}{x+2}$

④ $\frac{x+1}{x-2}$

⑤ $\frac{x+4}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4} &= \frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{(x-1)(x+2)^2} \\ &= \frac{x+4}{x+2}\end{aligned}$$

3. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{12}{17}$

④ 7

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2}y &\Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$x = 3k, y = 2k \quad (k \neq 0)$$

$$\begin{aligned} &\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

4. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0)$ 라고 가정하면

$$x = 3k, y = 2k$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

5. 등식 $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = -3$

② $a = 1, b = -2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = -2, b = -1$

⑤ $a = -2, b = 3$

해설

$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

$$\therefore a = 2, b = -3$$

6. 양의 정수 전체의 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의한다.
 $f(x) = (x \text{의 약수의 개수})$ 이 때, 다음 중 $f(x) = 4$ 인 x 가 될 수 있는
것을 고르면?

① 5

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 24

해설

5의 약수 : 1, 5 $\Rightarrow f(5) = 2$

9의 약수 : 1, 3, 9 $\Rightarrow f(9) = 3$

12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 $\Rightarrow f(12) = 6$

15의 약수 : 1, 3, 5, 15 $\Rightarrow f(15) = 4$

24의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 $\Rightarrow f(24) = 8$

따라서 보기 중 $f(x) = 4$ 인 것은 15

7. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

8. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

9. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

11. 함수 $y = -\sqrt{ax+9} - 1$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \leq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$ax + 9 \geq 0$ 에서

$$ax \geq -9 \quad \therefore x \geq -\frac{9}{a}$$

$$-\frac{9}{a} = -3 \text{ 이므로 } a = 3$$

주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq -1\}$ 이므로

$$b = -1$$

$$\therefore a + b = 3 + (-1) = 2$$

12. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

13. 정수의 집합 Z 에서 Z 로의 함수 f 가 $f(1) = -2$, $f(a+b) = f(a)+f(b)$ 을 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-x) = -f(x)$

③ $f(2x) = 2f(x)$

④ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$

⑤ $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

해설

① $f(1) = f(1+0) = f(1) + f(0)$ 이므로 $f(0) = 0$

② $f(0) = f(x-x) = f(x) + f(-x) = 0$

$\therefore f(-x) = -f(x)$

③ $f(2x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$

④, ⑤ $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 이므로

$f(2) = f(1) + f(1) = (-2) + (-2) = (-2) \times 2$

$f(3) = f(2) + f(1) = f(1) + f(1) + f(1) = (-2) \times 3 \dots\dots$

$f(x) = f(1) + f(1) + \dots + f(1) = -2x$

따라서 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$

14. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = |x - 2| + kx - 5$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 k 의 범위는 무엇인가?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k < 1$

④ $k < -1$ 또는 $k > 1$

⑤ $k > 1$

해설

$x \geq 2$ 일 때, $f(x) = (k + 1)x - 7$

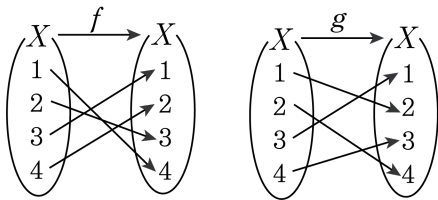
$x < 2$ 일 때, $f(x) = (k - 1)x - 3$

그런데 $f(x)$ 의 역함수가 존재하므로 $f(x)$ 는 일대일대응이다.

따라서, $(k + 1)(k - 1) > 0$ 이므로

$k < -1$ 또는 $k > 1$

15. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$

$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(4) = 3$

16. 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = 1-x$ 에 대하여 $g(x) = f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$ 이 성립할 때, 이를 만족시키는 실수 x 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$$y = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$$

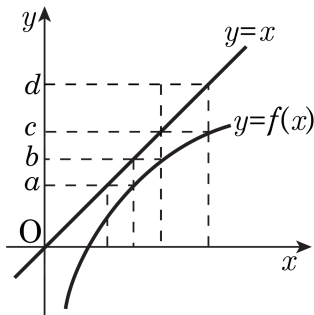
$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{1-x} = f^{-1}(x)$$

$$\therefore f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right) = 10$$

$$\Rightarrow g(x) = 1-x = 10 \quad x = -9$$

17. 아래의 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. $f^{-1}(b)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : c

해설

$f^{-1}(b) = k$ 라 하면 $f(k) = b$

$f(c) = b$ 이므로 $k = c$

따라서 $f^{-1}(b) = c$

18. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$

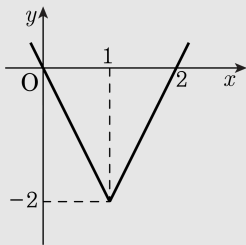
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



19. $\frac{a+b}{5} = \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} = \frac{2a+8b-c}{x}$ 에서 x 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{5} &= \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} \\ &= \frac{2(a+b) + 3(2b+c) - 4c}{2 \times 5 + 3 \times 4 + (-4) \times 3} \\ &= \frac{2a+8b-c}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 10$$

20. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{6x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력되어 나온 결과를 다시 입력하는 과정을 1004번 반복했을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 구하면? (단, $x \neq \frac{1}{6}$)

① $-\frac{1}{9}$

② $-\frac{1}{11}$

③ $\frac{2}{3}$

④ 9

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{6x-1} - 1}{6 \cdot \frac{x-1}{6x-1} - 1} \\ &= \frac{x-1-6x+1}{6x-6-6x+1} \\ &= \frac{-5x}{-5} = x \end{aligned}$$

즉, $f^2(x) = f^4(x) = f^6(x) = \dots = f^{2n}(x) = x$ 이므로
 $f^{1004}(x) = f^{2 \times 502}(x) = \dots = x$

$$\therefore f^{1004}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

21. $\frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$

② $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

③ $\frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$

④ $2\sqrt{2x}$

⑤ $2\sqrt{2x+1}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}) + (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})}{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x})} \\
 &= \frac{2\sqrt{2x+1}}{(2x+1) - 2x} \\
 &= 2\sqrt{2x+1}
 \end{aligned}$$

22. $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{1}{b}$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $4 + \sqrt{3}$

⑤ $4 - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{19 - 2\sqrt{48}} = \sqrt{16} - \sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

$$-2 < -\sqrt{3} < -1$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$a = 2, b = 4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$a + \frac{1}{b} = 2 + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + (2 + \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3}$$

23. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ $\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $4 + 2\sqrt{3}$

해설

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 + y^2 = 4, \quad xy = 1, \quad x^2 - y^2 = 2\sqrt{3} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \\ &= \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2(x + y)^2}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{2(x^2 + y^2 + 2xy)}{x^2 - y^2} = \frac{2(4 + 2)}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

24. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 - (x-y)^2$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$$

$$= \sqrt{5}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = 5 - (5 - 2\sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$$

25. 함수 $y = \sqrt{2x+6} + 1$ 의 그래프의 설명 중 옳지 않은 것을 나열하면?

㉠ $y = \sqrt{2x}$ 를 평행이동한 것이다.

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 를 대칭이동한 것이다.

㉢ 정의역 : $\{x \mid x \geq 3 \text{인 실수}\}$

㉤ 치역 : $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡

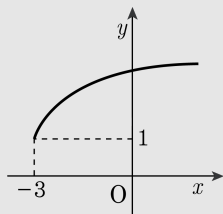
③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉤

해설

$y = \sqrt{2(x+3)} + 1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



㉠ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

∴ 참

㉡ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

∴ 거짓

㉢ 정의역은 $\{x \mid x \geq -3 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 거짓

㉤ 치역은 $\{y \mid y \geq 1 \text{인 실수}\}$ 이다.

∴ 참