

1. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 까지의 거리의 비가 $1 : 2$ 인 점 $P(x, y)$ 의 자취의 길이는?

① $\frac{5}{3}\pi$

② 2π

③ $\frac{8}{3}\pi$

④ 3π

⑤ $\frac{10}{3}\pi$

2. 두 점 $A(1, 1)$, $B(7, 4)$ 에서 이르는 거리의 비가 $2 : 1$ 인 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 넓이가 최대일 때, $\tan(\angle PAB)$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

3. 두 원 $(x + a)^2 + (y + b)^2 = 1$, $x^2 + (y + 2b)^2 = 9$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 조건은?

① $a^2 + b^2 < 4$

② $4 < a^2 + b^2 < 16$

③ $a^2 + b^2 < 16$

④ $1 < 4a^2 + 9b^2 < 10$

⑤ $a^2 + b^2 < 25$

4. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 에 외접하고, 동시에 점 $(-2, 0)$ 에서 x 축에 접하는 원의 둘레의 길이는?

① $\frac{14}{3}\pi$

② 5π

③ $\frac{16}{3}\pi$

④ $\frac{7}{2}\pi$

⑤ $\frac{15}{4}\pi$

5. 두 원 $x^2 + y^2 = 8^2$, $(x - 13)^2 + y^2 = 3^2$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

① 10

② 12

③ 16

④ 20

⑤ 24

6. 다음 두 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 $(x - 12)^2 + (y - 5)^2 = 25$ 의 공통외접선과 공통내접선의 길이를 각각 구하면?

① $\sqrt{91}$, $\sqrt{103}$

② $\sqrt{161}$, $\sqrt{145}$

③ $\sqrt{165}$, $\sqrt{105}$

④ $\sqrt{151}$, $\sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{127}$, $\sqrt{105}$

7. 원 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$ 밖의 한 점 $P(8, -4)$ 에서 이 원에 그은 접선의 길이를 구하면?

① $\sqrt{19}$

② $2\sqrt{19}$

③ $3\sqrt{19}$

④ $4\sqrt{19}$

⑤ $5\sqrt{19}$

8. 점 P (3, 0) 에서 원 $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$ 에 그은 접선의 길이는?

① $\sqrt{5}$

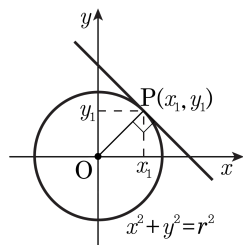
② $\sqrt{10}$

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 5

9. 다음은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식이 $x_1x + y_1y = r^2$ 임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?



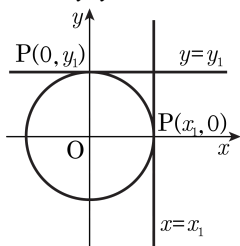
(i) P 가 $x_1 \neq 0$ 인 점이나 $y_1 \neq 0$ 인 점일 때, 점 $P(x_1, y_1)$ 과 이 원의 중심 $O(0,0)$ 을 지나는 직선 OP 의 기울기는 $\boxed{\text{가}}$ 이다. 그런데 점 P 에서의 접선은 직선 OP 와 수직이므로 점 P 에서의 접선의 방정식은 $\boxed{\text{나}}$ 이 식을 정리하면

$$x_1x + y_1y = x_1^2 + y_1^2 \dots\dots \text{㉠}$$

한편, 점 $P(x_1, y_1)$ 은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점이므로 $\boxed{\text{다}} \dots\dots \text{㉡}$

㉡을 ㉠에 대입하면 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2 \dots\dots \text{㉢}$$



(ii) P 가 $x_1 = 0$ 인 점이나 $y_1 = 0$ 인 점일 때, 점 P 의 좌표가 $(0, y_1)$ 또는 $(x_1, 0)$ 이므로 접선의 방정식은 $\boxed{\text{라}} \dots\dots \text{㉢}'$ 또는 $\boxed{\text{마}} \dots\dots \text{㉢}''$ 이다. 이 때, $r = |y_1|$ 또는 $r = |x_1|$ 이므로

㉢' 또는 ㉢'' 은 ㉢과 같은 식이다.

(i), (ii)로부터 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2$$

① (가) : $\frac{y_1}{x_1}$

② (나) : $y - y_1 = \frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$

③ (다) : $x_1^2 + y_1^2 = r^2$

④ (라) : $y = y_1$

⑤ (마) : $x = x_1$

10. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)



답: _____

11. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 8$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이동시켰더니 원 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 이 되었다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

12. 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 점 $A(3, 4)$ 와 대칭인 점의 좌표를 (x', y') 이라 할 때, $x' + y'$ 을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

13. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

14. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $x^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

15. 다음 중 $\square$ 안에 알맞은 기호를 써 넣은 것을 골라라.

① $\{1\} \square \{2, 3\}$

② $\emptyset \square \{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 3, 9\} \square \{x|x\text{는 } 9\text{의 약수}\}$

④ $\{2, 4, 6, 8\} \square \{x|x\text{는 짝수}\}$

⑤ $\{5\} \square \{x|x\text{는 } 11\text{보다 작은 } 2\text{의 배수}\}$

16. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{0\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

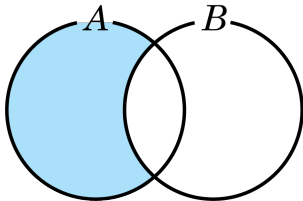
④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{\emptyset\} \subset A$

17. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.

보기

$$n(A) = 25, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12$$



답: _____

18. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 50 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 , $n(A) = 32, n(B) = 29, n((A \cup B)^c) = 11$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라.



답:

19. 넓이가 a 인 삼각형 ABC 의 내부에 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 의 최솟값은?

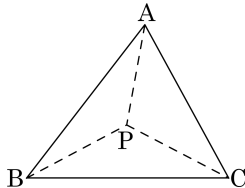
① $\frac{a^2}{3}$

② a^2

③ $\sqrt{3}a^2$

④ $3a^2$

⑤ $3\sqrt{3}a^2$



20. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.



답:
