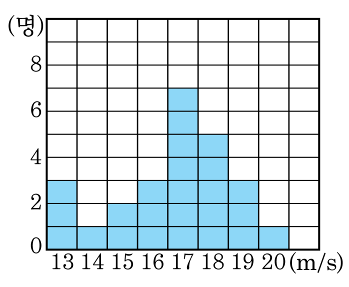
1. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17 이다.

2. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4 (\because x > 0)$

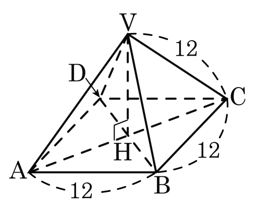
3. 다음 중 세 변의 길이가 각각 x, 5, 10 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값으로 알맞지 않은 것을 모두 고르면? (단, $x < 10$)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

i) 삼각형이 될 조건 : $10 - 5 < x < 10 + 5$
그런데 $x < 10$ 이므로
$\therefore\ 5 < x < 10$
ii) 둔각삼각형일 조건 : $10^2 > 5^2 + x^2$
$\therefore\ x < 5\sqrt{3}$
i), ii) 에 의하여 $5 < x < 5\sqrt{3}$ 이므로 5, 9 는 적당하지 않다.

4. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$의 길이는?



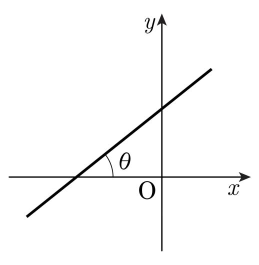
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{CH} = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle VHC$ 에서 $\overline{VH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

5. 다음 그림에서 직선 $4x-5y+20=0$과 x축의 양의 부분이 이루는 각을 θ라고 할 때, $\tan\theta$의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\sqrt{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$4x-5y+20=0$

$y=\frac{4}{5}x+4$에서

기울기$\frac{4}{5}=\tan\theta$

6. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간　② 2 시간　③ 3 시간
④ 4 시간　⑤ 5 시간

해설

(평균)$=\dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\dfrac{14}{7}=2$(시간) 이다.

7. 5개의 변량 $3, 5, x, 6, 8$의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+x+6+8}{5}=6$$

$22+x=30$

$\therefore x=8$

변량의 편차는 $-3, -1, 2, 0, 2$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+2^2+2^2}{5}=\frac{9+1+4+4}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

8. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$\dfrac{8+7+x+y+9}{5}=8,\ x+y+24=40$

$\therefore\ x+y=16\cdots㉠$

또, 분산이 5이므로

$\dfrac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$

$+\dfrac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$

$\dfrac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$

$\dfrac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$

$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y)=-105\cdots㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-105=16\times16-105=151$

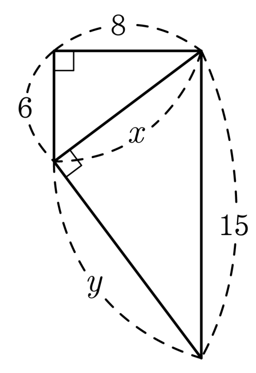
$\therefore\ x^2+y^2=151\cdots㉢$

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$

$16^2=151+2xy,\ 2xy=105$

$\therefore\ 4xy=210$

9. 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x = 10$, $y = 5\sqrt{5}$ ② $x = 5\sqrt{5}$, $y = 10$

③ $x = 10$, $y = 8$ ④ $x = 5\sqrt{2}$, $y = 5\sqrt{5}$

⑤ $x = 10$, $y = 10$

해설

위 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이고,

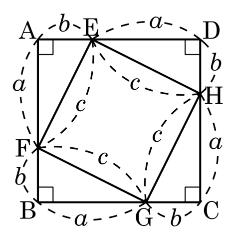
아래 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$y^2 + x^2 = y^2 + 10^2 = 15^2$

$y^2 = 15^2 - 10^2 = 125$

$y > 0$ 이므로 $y = 5\sqrt{5}$ 이다.

10. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle \mathrm{EHG} = 90^\circ$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

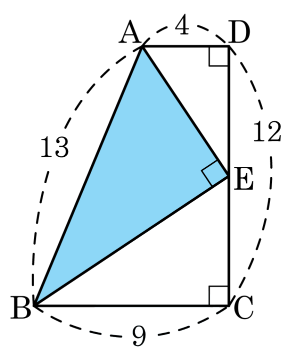
④ $\triangle \mathrm{BGF} \equiv \triangle \mathrm{CHG}$

⑤ $\angle \mathrm{FEA} + \angle \mathrm{GHC} = 90^\circ$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

11. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle \mathrm{AEB} = 90°$ 일 때, △ABE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$\overline{\mathrm{CE}} = x$ 이면 $\overline{\mathrm{DE}} = 12 - x$

△ABE 에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{BE}}^2 + \overline{\mathrm{AE}}^2$

$13^2 = 9^2 + x^2 + 4^2 + (12 - x)^2$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

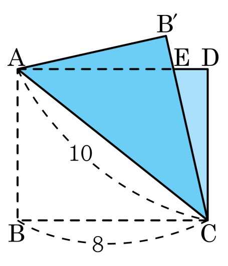
$(x - 6)^2 = 0$

$\therefore\ x = 6$

따라서 △ABE 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{BE}} \times \overline{\mathrm{AE}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{9^2 + 6^2} \times \sqrt{4^2 + 6^2}$$
$$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 39$$

12. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\triangle$CDE 의 넓이는?



① 5 ② $\frac{19}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ 7

해설

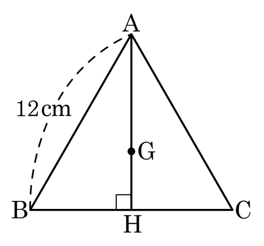
i) $\overline{\mathrm{DE}} = x$, $\overline{\mathrm{CE}} = 8 - x$, $\overline{\mathrm{CD}} = 6$

ii) $x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$

$x = \frac{7}{4}$

$\therefore \triangle\mathrm{CDE} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4}$

13. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 는 한 변의 길이가 12 cm 인 정삼각형이고 점 G 는 무게중심이다. $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



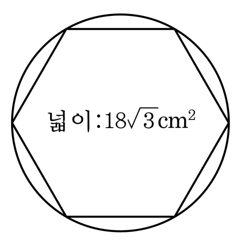
① $\sqrt{3}$ cm
② $2\sqrt{3}$ cm
③ $3\sqrt{3}$ cm
④ $4\sqrt{3}$ cm
⑤ $5\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AG} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

14. 원 안에 넓이가 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 인 정육각형이 내접해있다. 이 원의 반지름의 길이는?



① $\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

정육각형은 6 개의 작은 정삼각형으로 이루어져 있으므로 정삼각형의 1 개의 변의 길이를 a 라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\sqrt{3},\ a^2 = 12,\ a = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

따라서 삼각형의 한 변이 반지름이므로 원의 반지름은 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이다.

15. 영수네 반의 과학 성적의 남자평균과 여자 평균이 다음 표와 같을 때, 전체 평균을 구하여라.

	남자	여자
학생 수(명)	20	15
평균 점수(점)	76	83

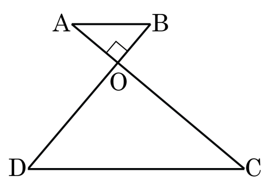
▶ 답: 점

▷ 정답: 79 점

해설

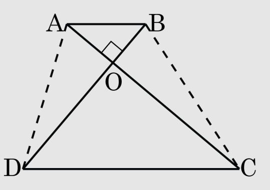
$$\frac{20\times76+15\times83}{20+15}=79(\text{ 점})$$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127　② 130　③ 137
④ 140　⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

17. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

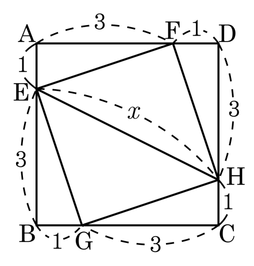
▶ 답: 인치

▷ 정답: 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12인치, 세로의 길이는 9인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

18. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

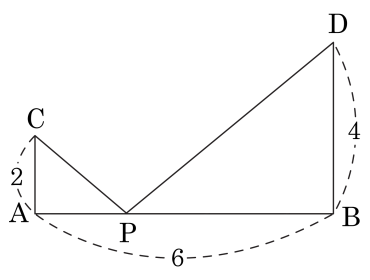
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

19. 다음 그림과 같이 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 움직이고 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값을 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)

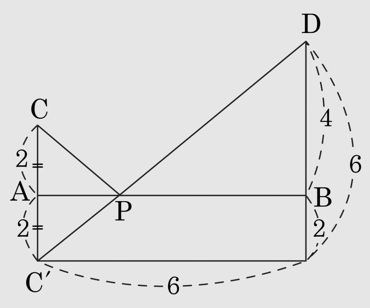


▶ 답 :

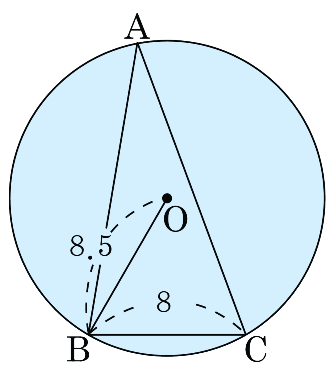
▷ 정답 : $a+b=8$

해설

점 C 를 $\overline{AB}$ 에 대해서 대칭이동시킨 점을 C′ 이라고 하면 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값은 $\overline{C'D}$ 의 거리이다.
$\overline{C'D} = 6\sqrt{2}$ 이므로 $a+b=8$ 이다.



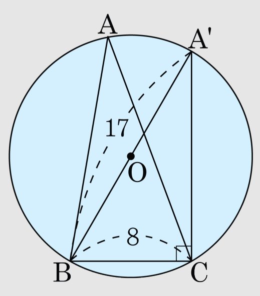
20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8.5 인 원 O 에 내접하는 △ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 8$ 일 때, $\cos A \times \dfrac{1}{\tan A} \times \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{225}{289}$

해설

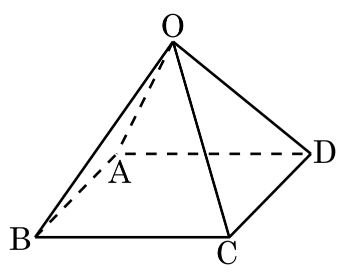


$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{A}'$

$\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$$\begin{aligned}\cos A \times \frac{1}{\tan A} \times \sin A &= \frac{15}{17} \times \frac{15}{8} \times \frac{8}{17} \\ &= \frac{15^2}{17^2} = \frac{225}{289}\end{aligned}$$

21. 다음과 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 O – ABCD 에서 $\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 6$, $\overline{OC} = 8$ 일 때, 선분 OD 의 길이를 구하여라.



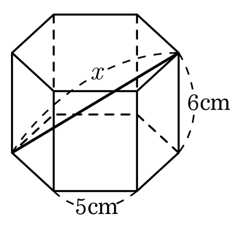
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{11}$

해설

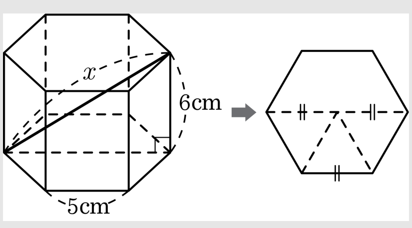
점 O 에서 밑면에 그은 수선의 발과 점 A, B, C, D 사이의 거리를 a, b, c, d 라 하면
$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$
이때, 사각뿔의 높이를 l, $\overline{OD} = x$ 라 하면
$a^2 + l^2 = 4^2$ (①)
$b^2 + l^2 = 6^2$ (②)
$c^2 + l^2 = 8^2$ (③)
$d^2 + l^2 = x^2$ (④)
① + ③를 하면 $a^2 + c^2 + 2l^2 = 4^2 + 8^2$
② + ④를 하면 $b^2 + d^2 + 2l^2 = 6^2 + x^2$
그런데, $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 이므로 $4^2 + 8^2 = 6^2 + x^2$
$\therefore\ x = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$

22. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 5cm 인 정육각형이고, 높이가 6cm 인 정육각기둥에서 x의 길이를 구하면 ?



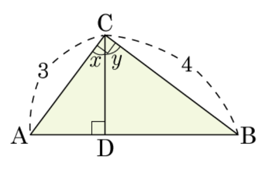
① $2\sqrt{17}$cm
② $2\sqrt{34}$cm
③ $2\sqrt{43}$cm
④ $17\sqrt{2}$cm
⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(cm)$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AC} = 3\text{cm}, \overline{BC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{6}{5}$

해설

$\triangle CAB \backsim \triangle DCB \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\angle x = \angle B$, $\angle y = \angle A$ 이므로

$\sin x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{3}{5}$, $\cos y = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{3}{5}$ 이다.

따라서 $\sin x + \cos y = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ 이다.

24. 반지름의 길이가 2 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$ 일 때, 변 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

해설

원의 지름을 빗변으로 하고 변 AC 를 한 변으로 하는 직각이등변삼각형에서 변 AC 의 길이는

$4 \times \cos 45° = 2\sqrt{2}$

점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = 2\sqrt{2} \times \cos 60° = \sqrt{2}$

$\overline{BH} = \overline{CH} = 2\sqrt{2} \times \sin 60° = \sqrt{6}$

따라서 변 AB 의 길이는 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 이다.

25. $45° < A < 90°$ 일 때, $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{24}{13}$ 를 만족하는 A 에 대하여 $\cos A - \sin A$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{13}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $\frac{5}{13}$ ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

해설

$\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$

$= (\sin A + \cos A) + (\cos A - \sin A)$

$= 2\cos A = \frac{24}{13}$

따라서 $\cos A = \frac{12}{13}$ 이므로

다음과 같은 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 13$, $\overline{AB} = 12$ 인 직각삼각형이 나온다.

그러므로 $\sin A = \frac{5}{13}$ 이고,

$\cos A - \sin A = \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$ 이다.