1. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6　② 6.2　③ 6.4　④ 6.6　⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$-2+3+x+1-4=0,\quad x-2=0 \quad \therefore x=2$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+3^2+2^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8 \text{ 점}$$

2. 다음은 5 명의 학생 A, B, C, D, E 의 한달 간의 인터넷 이용 시간의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. A, B, C, D, E 중 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은?

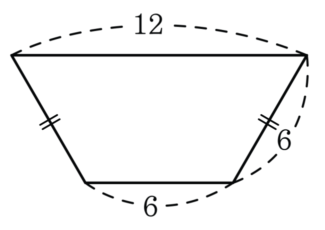
이름	A	B	C	D	E
평균 (시간)	5	6	5	3	9
표준편차 (시간)	2	0.5	1	3	2

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

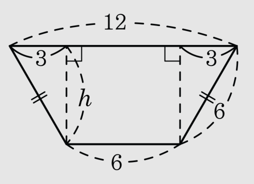
표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어진다. 따라서 인터넷 이용 시간이 가장 불규칙적인 학생은 표준편차가 가장 큰 D이다.

3. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

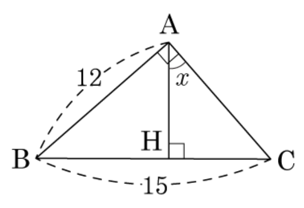


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$(\text{넓이}) = (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$$

4. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이다. $\angle CAH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\frac{2}{3}$　② $\frac{3}{4}$　③ $\frac{4}{5}$　④ $\frac{5}{6}$　⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ ($\because$ AA 닮음)

$x = \angle ABC$ 이므로 $\tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

5. 다음 중 삼각비의 값의 대소 관계로 옳은 것을 고르면?

① $\sin 20° > \sin 49°$　② $\sin 31° > \cos 31°$

③ $\sin 20° = \cos 30°$　④ $\sin 45° > \cos 45°$

⑤ $\sin 23° < \cos 23°$

해설

$0° \le x \le 45°$ 인 범위에서 $\sin x < \cos x$ 이고, $x = 45°$ 일 때, $\sin x = \cos x < \tan x$ 이다.

6. 다음 표는 종국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

점수(점)	학생 수(명)
3	1
4	1
5	3
6	5
7	4
8	6
9	3
10	2
계	25

▶ 답: 점

▷ 정답: 7 점

해설

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times3+6\times5}{25}+\frac{7\times4+8\times6+9\times3+10\times2}{25}$$

$=7$

7. 다음 도수분포표에서 평균이 5.25 점 일 때, B 의 값을 구하여라.

계급값(점)	3	4	5	6	7	합계
도수(명)	2	A	8	B	3	20

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

전체 도수가 20 이므로

$2 + A + 8 + B + 3 = 20$

$A + B = 7 \cdots$ ㉠

평균이 5.25 점 이므로

$$\frac{3 \times 2 + 4 \times A + 5 \times 8 + 6 \times B + 7 \times 3}{20} = 5.25$$

$$\frac{6 + 4A + 40 + 6B + 21}{20} = 5.25,\ 4A + 6B = 38$$

$2A + 3B = 19 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = 2,\ B = 5$

$\therefore\ B = 5$

8. 네 개의 수 5, 8, a, b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a, b 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$

$\therefore\ a+b=3\cdots$ ㉠

또, 분산이 7 이므로

$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$

$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$

$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$

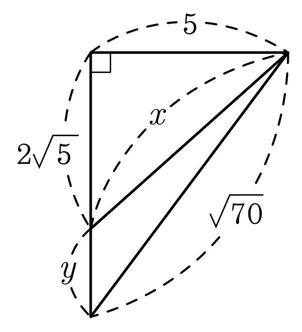
$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

9. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① 6 ② $2\sqrt{5}$ ③ 7 ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ 8

해설

윗 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$x^2 = 5^2 + (2\sqrt{5})^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 3\sqrt{5}$

전체 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라

$(\sqrt{70})^2 = 5^2 + (2\sqrt{5} + y)^2$

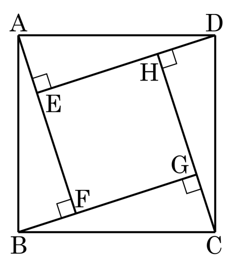
$(2\sqrt{5} + y)^2 = 45$

$2\sqrt{5} + y = 3\sqrt{5}$

$y = \sqrt{5}$

따라서 $x + y = 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ 이다.

10. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, 사각형 ABCD 와 EFGH 의 넓이는 각각 169 cm^2, 16 cm^2 이다. 이 때, 두 사각형의 둘레의 길이의 차는?



① 36 cm ② 32 cm ③ 28 cm ④ 25 cm ⑤ 24 cm

해설

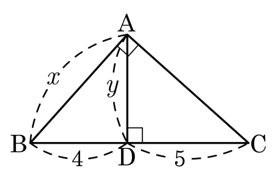
사각형 ABCD 와 EFGH 는 정사각형이므로
사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{169} = 13(\text{cm})$ 이고,
사각형 EFGH 의 한 변의 길이는 $\sqrt{16} = 4(\text{cm})$ 이다.
따라서 $13 \times 4 - 4 \times 4 = 36(\text{cm})$ 이다.

11. $\angle A > 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a , b , c 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $c > a - b$　　② $a > c + b$　　③ $c^2 > b^2 + a^2$
④ $b^2 < c^2 + a^2$　　⑤ $a^2 < c^2 + b^2$

해설
①, ② 삼각형이 되려면
$c > a - b$, $a < c + b$
③ $\angle C < 90°$ 이므로 $c^2 < b^2 + a^2$
④ $\angle B < 90°$ 이므로 $b^2 < c^2 + a^2$
⑤ $\angle A > 90°$ 이므로 $a^2 > c^2 + b^2$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

▷ 정답 : $y = 2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{BC}$ 이므로

$x^2 = 4 \times 9 \quad \therefore\ x = 6$

또한, $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{DC}$ 이므로

$y^2 = 4 \times 5 \quad \therefore\ y = 2\sqrt{5}$

13. 두 점 $\mathrm{A}(3\mathrm{a}-1,-4)$ $\mathrm{B}(5,2\mathrm{a}-2)$ 사이의 거리가 $\sqrt{43}$ 이 되도록 하는 양의 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 점 A, B 사이의 거리를 구하면
$\sqrt{(3a-1-5)^2+(-4-2a+2)^2}$
$=\sqrt{13a^2-28a+40}=\sqrt{43}$

이므로 $13a^2-28a+40=43$, $13a^2-28a-3=0$, $a=-\frac{13}{3}, 1$

이다. 따라서 양의 실수 $a=1$ 이다.

14. $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-10$의 꼭짓점과 점 $(-2,\ -5)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{5}$

해설

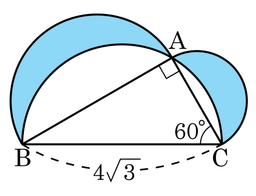
$y=-\frac{1}{2}x^2+4x-10$

$y=-\frac{1}{2}(x-4)^2-2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -2)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(-2,\ -5)$ 사이의 거리는

$\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{-2-(-5)\}^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

15. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

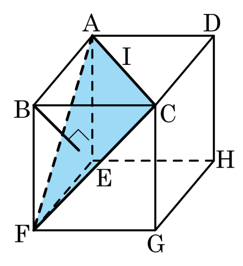
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{BC} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6$

$\therefore \triangle ABC \equiv \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

16. 한 모서리의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체 ABCD−EFGH 에 대하여 점 B 에서 $\triangle$AFC 에 내린 수선의 길이를 h 라 할 때, h는 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}$ 이다. $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 4$

해설

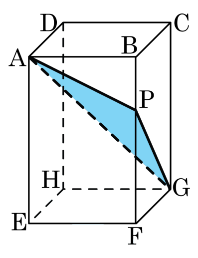
삼각뿔 F−ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 4 = \frac{32}{3}(\mathrm{cm}^3)$

$\triangle$AFC 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\frac{32}{3} = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h \therefore\ h = \frac{4\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}$ 이다.

따라서 $a \times b = \frac{4}{3} \times 3 = 4$ 이다.

17. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,cm$, $\overline{BC} = 1\,cm$, $\overline{AE} = 4\,cm$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5 + \sqrt{21}$ cm

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm)

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}$ (cm)

$\therefore$ ($\triangle APG$의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21}$ (cm)

18. $\sin \mathrm{A} : \cos \mathrm{A} = 4 : 5$ 일 때 $\tan \mathrm{A}$ 의 값은?

① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

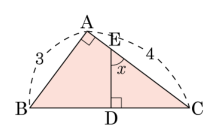
해설

$\sin \mathrm{A} : \cos \mathrm{A} = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin \mathrm{A} = 4 \cos \mathrm{A}$ 이다.

양변을 $5 \cos \mathrm{A}$ 로 나누면 $\frac{\sin \mathrm{A}}{\cos \mathrm{A}} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan \mathrm{A} = \frac{4}{5}$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?

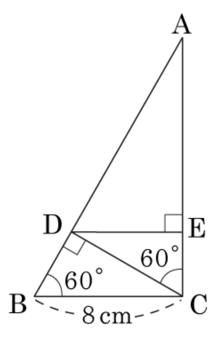


① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\triangle \mathrm{EDC} \backsim \triangle \mathrm{BAC}$(AA 닮음) 이므로
$\angle \mathrm{DEC} = \angle \mathrm{ABC}$ 이다.
따라서 $\sin x = \frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{4}{5}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD}\perp\overline{AB}$, $\overline{DE}\perp\overline{AC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이는?



① 18cm^2 ② $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 18.5cm^2

④ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\sin 60° = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{CD} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이다.

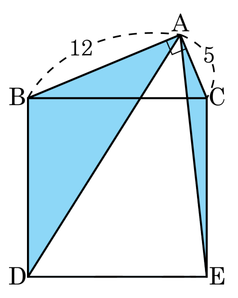
$\triangle CDE$ 에서 $\sin 60° = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{DE}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \overline{DE} = 6\,\text{cm}$ 이다.

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\angle A = 30°$ 이고, $\angle ADE = 60°$ 이다.

따라서 $\tan 60° = \frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AE}}{6} = \sqrt{3}, \overline{AE} = 6\sqrt{3}$ 이다.

넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

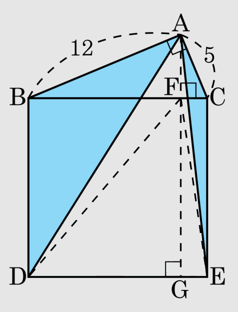
21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{169}{2}$

해설



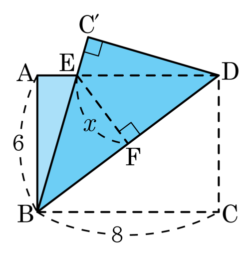
$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

그림에서 $\triangle ABD = \triangle FBD$, $\triangle ACE = \triangle FCE$ 이다.

$\therefore \triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$$\begin{aligned}\triangle FBD + \triangle FCE &= \frac{1}{2}\square BDGF + \frac{1}{2}\square FGEC \\ &= \frac{1}{2}\square BDEC \\ &= \frac{1}{2} \times 13^2 \\ &= \frac{169}{2}\end{aligned}$$

22. 가로, 세로의 길이가 각각 8, 6 인 직사각형 ABCD 를 그림과 같이 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

$\triangle\mathrm{DBC}$ 에서

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{6^2+8^2} = 10$,

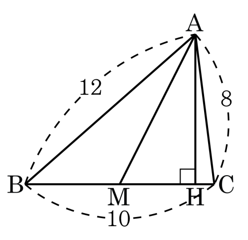
$\overline{\mathrm{BF}} = 5$

$\triangle\mathrm{EBF} \backsim \triangle\mathrm{DBC}$ ($\because$ AA 닮음), $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$5 : 8 = x : 6$

$\therefore\ x = \frac{15}{4}$

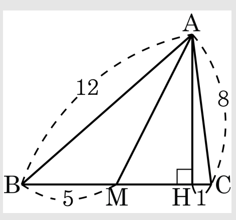
23. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 8$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 10$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다. 이 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{79}$

해설



$\overline{HC} = x$ 라 하면 $\overline{AH^2} = 12^2 - (10 - x)^2 = 8^2 - x^2$, $20x = 20$, $\therefore$ $\overline{HC} = 1$

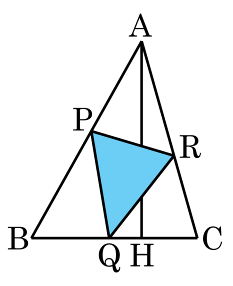
$\overline{CM} = \overline{BM} = 5$ 이므로

$\overline{MH} = 4$, $\overline{AH} = \sqrt{8^2 - 1^2} = 3\sqrt{7}$ 이다.

$\triangle AMH$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AM} = \sqrt{\overline{MH^2} + \overline{AH^2}} = \sqrt{4^2 + (3\sqrt{7})^2} = \sqrt{79}$ 이다.

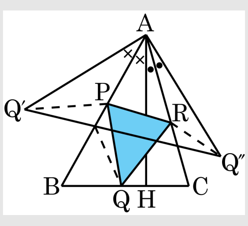
24. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{AH} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

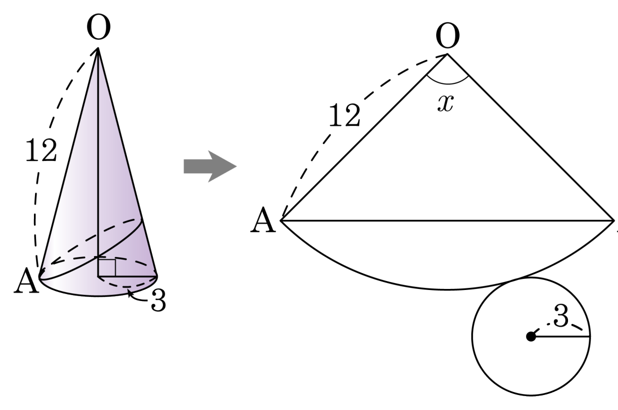
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면
$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$
$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$
그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.
이때, $\overline{AQ} = \overline{AH} = 4$ 이므로 $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{Q'Q''} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 이고, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 중심각 x 의 크기와 최단거리가 바르게 짝지어진 것은?



① 60°, 12cm　② 60°, $12\sqrt{2}$cm　③ 90°, 12cm　④ 90°, $12\sqrt{2}$cm　⑤ 120°, 12cm

해설

전개도에서 점 A 와 A′ 사이의 최단 거리는 선분 AA′ 이다.
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 x 는

$x = \frac{3}{12} \times 360° = 90°$,

최단거리 $\overline{AA'} = 12\sqrt{2}$cm 이다.