

1. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을 $3x - 2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때, $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} 6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13 \end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를 $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

2. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

3. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} &(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$

㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

4. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면
 $1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면
 $2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14})$ 이다.
 $\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$

5. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

6. 다음 두 다항식이 서로 소가 아닐 때, 상수 a 의 모든 값의 합은?

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6, \quad x^2 - 3x + a$$

- ① -10 ② -8 ③ -5 ④ 0 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 을 조립제법으로 인수분해하면
 $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$
각각의 경우에 대해 나머지 정리를 이용한다
i) $x = 1 \Rightarrow 1 - 3 + a = 0, a = 2$
ii) $x = 2 \Rightarrow 4 + 6 + a = 0, a = -10$
iii) $x = 3 \Rightarrow 9 - 9 + a = 0, a = 0$
 $\therefore a$ 의합 : $2 + (-10) + 0 = -8$

7. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?
- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

8. 세 실수 a, b, c 가 $a + b + c = 3$, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $a^3 + b^3 + c^3 = 24$ 를 만족시킬 때, $a^4 + b^4 + c^4 + 1$ 의 값을 구하면?

- ① 69 ② 70 ③ 71 ④ 72 ⑤ 73

해설

$$a + b + c = 3 \cdots \textcircled{1}$$
$$a^2 + b^2 + c^2 = 9 \cdots \textcircled{2}$$
$$a^3 + b^3 + c^3 = 24 \cdots \textcircled{3}$$
이라 하면,
②식에서
$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 9$$
$$9 - 2(ab + bc + ca) = 9$$
$$\therefore ab + bc + ca = 0 \cdots \textcircled{4}$$
③식에서
$$a^3 + b^3 + c^3$$
$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$
$$24 = 3 \cdot (9 - 0) + 3abc$$
$$\therefore abc = -1 \cdots \textcircled{5}$$
$$a^4 + b^4 + c^4 + 1$$
$$= (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 1$$
$$= 81 - 2 \cdot 6 + 1 = 70$$
$$(\because a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$$
$$= (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$
$$= 0 - 2 \times (-1) \times 3$$
$$= 6)$$