

1. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

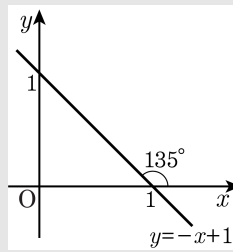
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



2. 세 점 A(2, 3), B(-1, 9), C(-4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

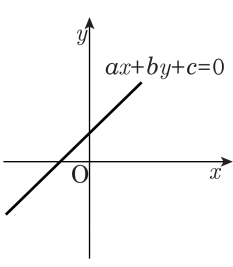
해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

3. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

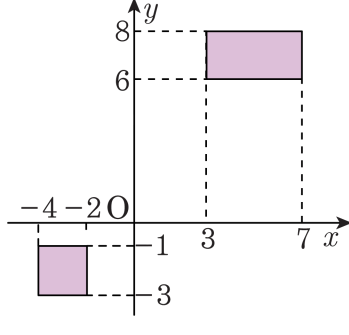


- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
가울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
가울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

4. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



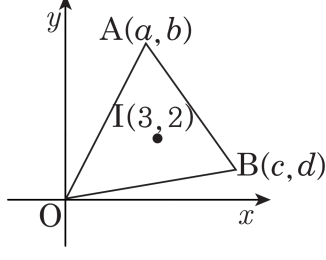
- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.
 점 M을 지나는 임의의 직선 l 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
 l 의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
 M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
 정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
 직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
 두 점을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7 - (-2)}{5 - (-3)} = \frac{9}{8}$$

5. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(c, d)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 내심 I 의 좌표가 $(3, 2)$ 이다. $\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, $\frac{3c+2d}{3a+2b}$ 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{2}{3}$
 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ 알 수 없다

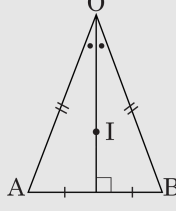
해설

$\triangle OAB$ 가 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle AOI = \angle BOI$ 이므로
 $\overline{OI}$ 는 $\overline{AB}$ 와 수직이다.

$\overline{OI}$ 의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore \frac{b-d}{a-c} &= -\frac{3}{2} \\ \therefore 3a+2b &= 3c+2d \\ \therefore \frac{3c+2d}{3a+2b} &= 1 \end{aligned}$$



6. 다음 연립방정식이 $x = y = 0$ 이외의 해를 가질 때, k 의 값은?

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$$

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned} x + 2y &= 0 \cdots \textcircled{1}, \\ 3x + y &= kx \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2 \text{ 하면 } (2k - 5)x &= 0 \\ \textcircled{1} \times (3 - k) - \textcircled{2} \text{ 하면 } (2k - 5)y &= 0 \end{aligned}$$

따라서 $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

$$x = y = 0$$

$k = \frac{5}{2}$ 일 때

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 는 $x + 2y = 0$ 이 되어 부정

(참고) $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때

두 직선은 원점에서 만나고,

$k = \frac{5}{2}$ 일 때 두 직선은 모두

원점을 지나면서 일치한다.

결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터

$-\frac{1}{2} = k - 3$ 으로 해도 된다.

7. 두 직선 $2x + y - 7 = 0$, $3x + 2y - 12 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $8x + 5y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{5}{8}x + \frac{5}{31}$ ② $y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$ ③ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{5}$
④ $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{11}$ ⑤ $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{31}$

해설

$$2x + y - 7 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y - 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2, y = 3$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 교점} : (2, 3)$$

$$\text{구하는 직선의 기울기는 } -\frac{8}{5}$$

$$\left(\because y = -\frac{8}{5}x \text{ 와 평행하다. } \right)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 기울기 } -\frac{8}{5} \text{ 이고}$$

$$(2, 3) \text{ 을 지나므로}$$

$$y - 3 = -\frac{8}{5}(x - 2)$$

$$\therefore y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$$

8. 두 직선 $mx - y + m + 1 = 0$ 과 $y = -x + 2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} < m < 1$

② $-\frac{1}{3} < m < 1$

③ $-1 < m < 2$

④ $m < -\frac{1}{3}, m > 1$

⑤ $-1 < m < -\frac{1}{3}$

해설

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow m(x+1) - (y-1) = 0 \text{ 에서}$$

이 직선은 m 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 $\textcircled{1}$ 이 직선 $y = -x + 2$

와

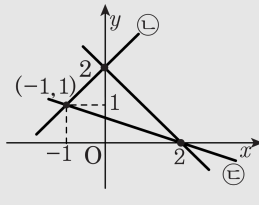
제1사분면에서 내려면 $\textcircled{1}$ 의 기울기 m

은

$$\textcircled{L} \text{의 기울기 } \frac{2-1}{0-(-1)} = 1 \text{ 보다 작고}$$

$$\textcircled{\ominus} \text{의 기울기 } \frac{0-1}{2-(-1)} = -\frac{1}{3} \text{ 보다 커야한다.}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < m < 1$$



9. 두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

10. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의
거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

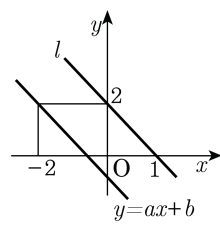
$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

11. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0



해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.
 $y - 2 = -2(x + 2), y = -2x - 2$
 $y = -2x - 2, a = -2, b = -2$ 이므로,
 $\therefore a + b = -4$

12. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

13. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

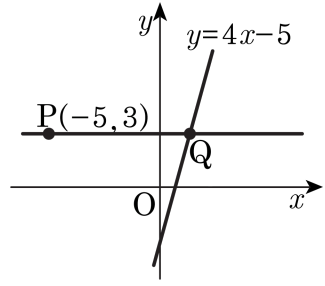
▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3)이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

15. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
 $px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠}$,
 $p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 이라 하자.
 $\textcircled{㉠}$ 과 $\textcircled{㉡}$ 은 서로 직교하므로
 $pp' + qq' = 0$ 이다.
(준식) $= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$ 의
전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은
 $pp' + qq' = 0$ 이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
 $\therefore a = -2$
 $a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
 $= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 이 두 직선의 곱을 나타내므로
 $\textcircled{㉢}$ 의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
 $= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣}$ 이 완전제곱식이다.
따라서 $\textcircled{㉣}$ 의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.
 $\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

16. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB의 중점의 좌표는 $(1, 1)$

선분 AB의 기울기는 $\frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

17. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

k 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2+x-2)k + (1-y) = 0$$

k 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x=-2, y=1$$

$$\therefore \text{구하는 점의 좌표는 } (-2, 1)$$

$$\therefore a=-2, b=+1$$

$$\therefore a+b=-1$$

18. 두 직선 $3x + 4y = 24$ 와 $3x + 4y = 4$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

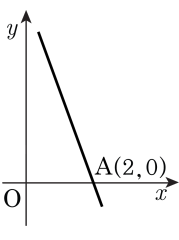
두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x + 4y = 24$ 의 점 $(0, 6)$

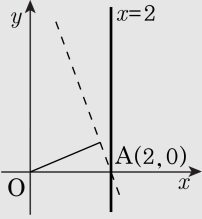
$$\frac{|0 \times 3 + 6 \times 4 - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

19. 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 l 에 대하여 원점 O 와 직선 l 사이의 거리의 최댓값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ 4



해설



다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선 l , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여 원점 O 와 l 사이의 거리가 최대가 되며 이 때 그 거리는 2 이다

20. 세 꼭지점이 $A(1, 2)$, $B(-1, 2)$, $C(-2, 0)$ 로 주어지는 삼각형 ABC 의 넓이는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 $A(1, 2)$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리를 구하여 높이로 하고, $\overline{BC}$ 의 길이를 밑변의 길이로 하여 삼각형의 넓이를 구한다. 직선 BC 의 방정식은 $2x - y + 4 = 0$ 이므로,
점 $A(1, 2)$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리는 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.
변 BC 의 길이: $\sqrt{5}$
 $\therefore \triangle ABC = \sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{2} = 2$
 $\therefore \triangle ABC = 2$

해설

세꼭지점이 주어질 때 넓이는
 $S = \frac{1}{2}|(1 \times 2) + (-1 \times 0) + (-2 \times 2) - (-1 \times 2) + (-2 \times 2) + (1 \times 0)| = 2$