

1. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x - 1)^2 + 3$

② $y = (x + 1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (-1)^2, a = 3$$

$$\therefore y = 3x^2$$

3. $y = -3(x - 2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?

① 3

② -3

③ 6

④ -6

⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (3, 0)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, 7)

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + a, a = 7$$

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 7$, 꼭짓점은 (0, 7) 이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -2x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

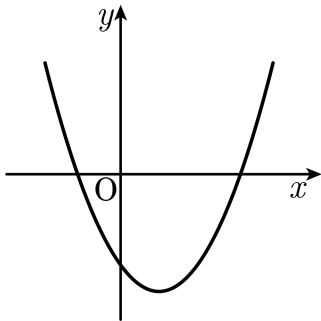
⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a < 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a > 0, p > 0, q < 0$
⑤ $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이고,
꼭짓점 (p, q) 는 제4 사분면에 있으므로 $p > 0, q < 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로

$$y = 5(x - 1)^2 + q$$

$$y = 5x^2 + ax + 8$$

$$= 5(x - 1)^2 + q$$

$$= 5x^2 - 10x + 5 + q$$

$$5 + q = 8, q = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 식 $y = 5(x - 1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 $(1, 3)$ 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = \frac{1}{2}x^2$ 은 x 축에 대하여 대칭이다.

㉢ $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

㉤ $y = ax^2$ 의 대칭축은 x 축이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = -2x^2$ 이 x 축에 대하여 대칭이다.

㉤ $y = ax^2$ 의 대칭축은 y 축이다.

10. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 =$$

$$0, \quad (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

11. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

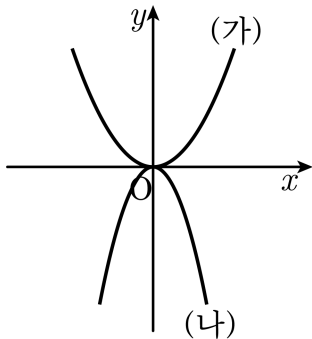
▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 적당한 것은?



① $y = -2ax^2$

② $y = -ax^2$

③ $y = 2ax^2$

④ $y = -\frac{1}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$$y = bx^2, b < 0$$

$$|b| > |a|$$

14. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

㉠ (0, 0), y , $x < 0$, $x > 0$

㉡ (0, 0), y , $x > 0$, $x < 0$

㉢ (0, 0), x , $x < 0$, $x > 0$

㉣ (1, -1), y , $x > 0$, $x < 0$

㉤ (0, 0), x , $x > 0$, $x < 0$

해설

꼭짓점은 (0, 0) 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일
때, y 는 감소한다.

15. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 원점 $(0, 0)$ 을 지난다.

② 직선 $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.

③ 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.

④ $y = -2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

16. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

② y 축에 대칭인 포물선이다.

③ 아래로 볼록한 모양이다.

④ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점은 $(0, 0)$

④ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$

17. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

18. $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 점 $(2, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -7$

해설

$y = -x^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지나므로

$$m = -2^2 - 3 \quad \therefore m = -7$$

19. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $y = -1$ 이다.
- ㉢ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
- ㉣ 점 $(0, -2)$ 를 지나며 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $x > -1$ 일 때, x 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

㉤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

20. 이차함수 $y = -4(x + 3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는?

① $\{x \mid x < -3\}$

② $\{x \mid x > -3\}$

③ $\{x \mid x < 3\}$

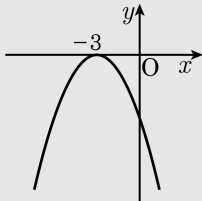
④ $\{x \mid x > 3\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 3\}$

해설

꼭짓점의 좌표 : $(-3, 0)$

다음 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는 $x < -3$



21. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

22. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = 2(x - m)^2 + n \text{이므로}$$

$$y = 2x^2 + 4x - 1$$

$$= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1$$

$$= 2(x + 1)^2 - 2 - 1$$

$$= 2(x + 1)^2 - 3$$

$$\therefore m = -1, n = -3$$

$$\therefore m + n = (-1) + (-3) = -4$$

23. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 11$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 11 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11 \\&= 2(x - 2)^2 + 3 \\ \therefore a &= 2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 2 + 3 = 5\end{aligned}$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프가 되었다. p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -8$

해설

$$y = 2x^2 + 4x + 5 = 2(x+1)^2 + 3$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x+1-p)^2 + 3 + q$$

$$y = 2x^2 - 12x + 13 = 2(x-3)^2 - 5$$

$$\therefore 1-p = -3, \quad p = 4$$

$$3+q = -5, \quad q = -8$$

25. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = 3x^2 + 12x + 16$ 의 그래프가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = 3x^2 + 6x + 5 = 3(x+1)^2 + 2$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x+1-p)^2 + 2 + q$$

$$y = 3x^2 + 12x + 16 = 3(x+2)^2 + 4$$

$$\therefore 1-p = 2, \quad p = -1$$

$$2+q = 4, \quad q = 2$$

$$\therefore p+q = 1$$

26. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, b)$ 가 된다. 상수 a, b 의 차 $a-b$ 의 값을 구하면?

① -4

② 2

③ 0

④ 4

⑤ 5

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x-4)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{2}{3}(x-4-a)^2 + 5-3$ 이므로 꼭짓점의 좌표가 $(4+a, 2)$ 이다.

따라서 $4+a=2$, $a=-2$, $b=2$ 이다.

$\therefore a-b = (-2) - 2 = -4$

27. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

28. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x - 1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

29. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x + 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점 $(3, -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

30. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은

$$-y = a(-x + 2)^2$$

$(-2, 4)$ 를 대입하면

$$-4 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

31. 다음 중 주어진 조건을 모두 만족하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 제 4 사분면 위에 있다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.

① $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$

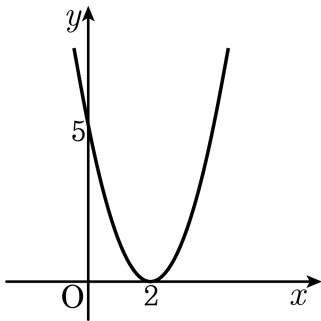
④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$

해설

- ㉠ 에서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 이다.
- ㉡ 꼭짓점의 x 좌표가 양수, y 좌표가 음수이다.
- ㉢ 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.
- 이 조건을 만족하는 이차함수식은 ①이다.

32. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이고, y 절편이 5 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, ap 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이므로

$y = a(x - 2)^2$ 이고, y 절편이 5 이므로

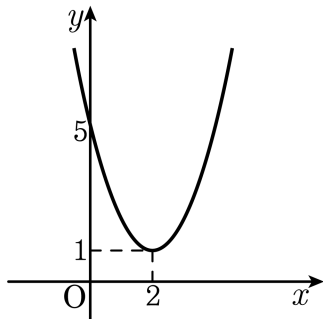
$$5 = a(0 - 2)^2, a = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}(x - 2)^2$$

$$a = \frac{5}{4}, p = 2$$

$$\therefore ap = \frac{5}{2}$$

33. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. 이 포물선에 대한 설명 중 옳은 것은?



- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다.
- ② $y = (x - 2)^2 + 1$ 의 그래프이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.

해설

- ① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 1$

34. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

35. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다. k 의 값은?

① -13

② -5

③ 3

④ 11

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 8 + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 11\end{aligned}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore k = 11$$

36. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

37. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > -2$

② $k > -1$

③ $k < -2$

④ $k < -1$

⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x+1)^2 + (-2-k)$$

$$\text{꼭짓점 } (-1, -2-k) \text{ 에서 } -2-k < 0 \quad \therefore k > -2$$

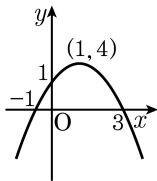
해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

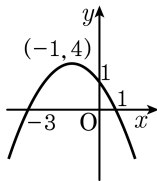
$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

38. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프는?

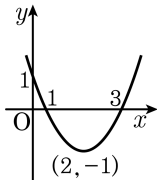
①



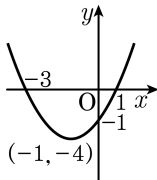
②



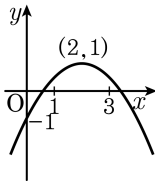
③



④



⑤

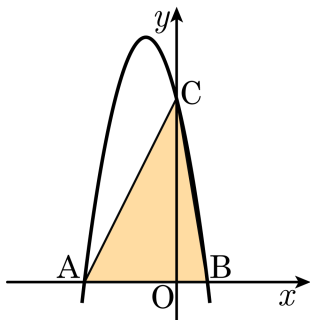


해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표 : $(2, 1)$, y 축과의 교점 : $(0, -1)$ ($\because x = 0$ 대입,
 $y = -1$)

39. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 4x + 12$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 72

해설

점 A, B 의 x 좌표는 그래프의 x 절편, 따라서 $0 = -x^2 - 4x + 12$ 의 두 근이다.

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6, 2$$

$\therefore A(-6, 0), B(2, 0)$ 이고 $\overline{AB} = 6 - (-2) = 8$ 이다.

점 C 는 y 절편이므로 $C(0, 12)$ 이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

40. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

41. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

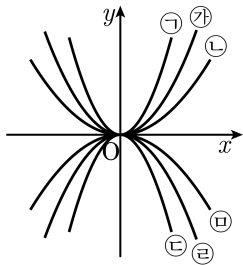
해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

42. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉠은 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉠ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉢이다.

43. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$

(나) $y = -2x^2$

(다) $y = 2x^2$

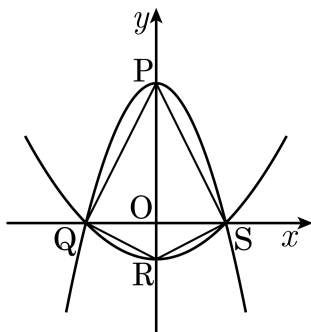
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

44. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

45. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지나므로

$$-4 = 9 + 3b + c, \quad 11 = c$$

$$3b = -24 \quad \therefore b = -8$$

$$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$$

$$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$ 에서 $(4, -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p + q = 2 - 3 = -1$$

46. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

47. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

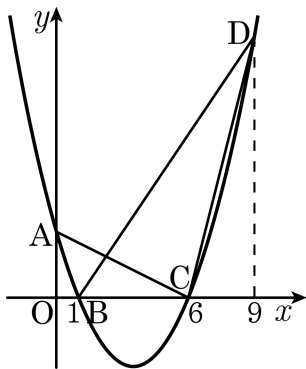
$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$c = 3$, 즉 $A(0, 3)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

49. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$

② $-7\sqrt{3}$

③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$

⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a, b) 라고 하면 $b > 0$ 이므로 ($\triangle POA$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.

따라서 $b = 24$ 이다.

P($a, 24$) 인 a 의 값을 구하면

(i) $a < 0$ 일 때

$y = x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

$$24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$$

(ii) $a \geq 0$ 일 때

$y = 3x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

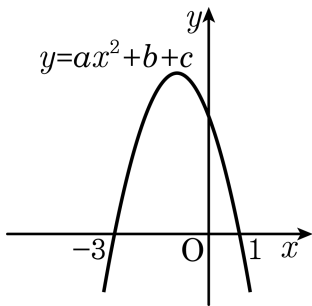
$$24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$$

(i), (ii) 에서 P($-2\sqrt{6}, 24$) 또는 P($2\sqrt{2}, 24$) 이다.

따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은

$$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

50. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$

② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$

④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$