

1. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1) 이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

2. 직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선의 y 절편은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

직선 $y = 2x + 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면

$$y + 1 = 2(x - 2) + 1,$$

$$y = 2x - 4$$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 -4 이다.

3. 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- (1) $f(2a-x, y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (2) $f(x, 2b-y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (3) $f(2a-x, 2y-b) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.
- (4) $f(-y, -x) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

- ① 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 점 (a, b) , 직선 $y = -x$
- ② 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$, 점 $(a, -b)$, 직선 $y = b$
- ③ 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$
- ④ 직선 $x = a$, 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$
- ⑤ 점 (a, b) , 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

해설

- (1) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (2) $f(x, y) = 0$ 의 y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (3) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$, y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 것이다.
- (4) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

4. 7 보다 작은 자연수의 모임을 집합 A 라 할 때, 짝수를 모두 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하시오.

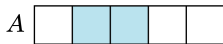
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6
이므로 2, 4, 6을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는
집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분
집합의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$

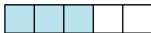
5. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 에 해당하는 부분에 색칠하여라.



①



②



③



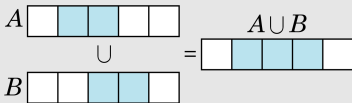
④



⑤



해설



6. 다음은 한샘이가 수학 문제를 푼 것이다. 밑줄 친 부분에서 틀린 것은?

[문제] 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{2, 5, 7\}$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

[풀 이] ① $n(A) = 4$, ② $n(B) = 3$ 이 므 로
③ $n(A - B) = n(A) - n(B) = 1$ 이다.

▶ 답:

▷ 정답: ③

해설

$$A \cap B = \{2, 5\}$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 4 - 2 = 2$$

틀린 곳은 ③이다.

7. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2 \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

8. $a > b > 0$ 일 때, $a^2 > b^2$ 이다. 임을 이용하여 $x > y > -1$ 일 때, $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{y+1}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$

② $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$

③ $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$

④ $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$

⑤ $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{y+1})^2 &= (x+1) - (y+1) \\ &= x - y > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$$

9. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

10. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을

$f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.

$$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0 \text{ 또는 } f(x) = 1$$

만일 $f(x) = 1$ 이면

$$f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots \text{ 이다.}$$

위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로

$$f(x) = 1 \text{ 은 부적당}$$

$$\therefore f(0) = 0$$

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$

$g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$

$\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

12. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.

$$\therefore 4^3 = 64$$

$$\therefore a + b = 64$$

13. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

① $y = x$

② $y = |x|$

③ $y = x^2 (x \geq 0)$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

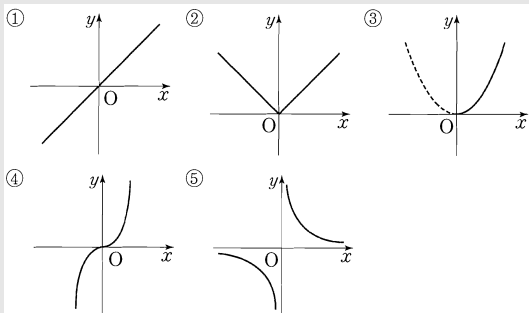
해설

역함수가 존재할 필요충분조건은

함수가 일대일대응인 것이다.

따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는

②이다.



14. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$$y = x^2 - 2x \text{에서 } x^2 - 2x + 1 = y + 1$$

$$(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1} \quad (\because x \geq 1)$$

$$\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 쓰면 } y = \sqrt{x+1} + 1$$

이 때, 원래의 함수

$$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad (x \geq 1) \text{의 치역}$$

$\{y|y \geq -1\}$ 이

역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로
구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

15. 두 함수 f, g 가 일대일대응일 때, 다음 중 $g \circ (f \circ g)^{-1}$ 와 같은 것을 고르면?

① f

② f^{-1}

③ g

④ g^{-1}

⑤ $g \circ f^{-1}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)^{-1} &= g^{-1} \circ f^{-1} \text{ 이므로} \\ g \circ (f \circ g)^{-1} &= g \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \\ &= (g \circ g^{-1}) \circ f^{-1} \\ &= f^{-1}\end{aligned}$$

16. 유한집합 X 에서 유한집합 Y 로의 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $n(X) = n(Y)$ 이다.

② $x_1 = x_2$ 이면 $f(x_1) = f(x_2)$

③ $f^{-1}(x_1) = f^{-1}(x_2)$ 이면 $x_1 = x_2$ 이다.

④ $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이다.

⑤ $f(a) = b$ 이면 $f^{-1}(b) = a$ 이다.

해설

①, ②, ③, ⑤ : 역함수를 갖기 위해서는 일대일 대응이어야 한다.

④ : $y = x$ 에 대해 대칭관계이다.

17. 함수 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 $f^{-1}(1) = 2$, $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

18. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{ 가 } f^{-1}(2) = -3 \text{ 을 만족시킬 때, } f(5) \text{ 의}$$

값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$f^{-1}(2) = -3$ 에서 $f(-3) = 2$ 이므로

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

19. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 $f^{-1}(3) = 1$, $(f \circ f)(x) = x$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 에서 $f = f^{-1}$

따라서 $f(3) = f^{-1}(3) = 1$

20. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$$

(x 축으로 4만큼 평행이동)

$$(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$$

($y=x$ 에 대칭이동)

$(a-2, a)$ 와 원점 사이의 거리는

$$\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$$

$$2a^2 - 4a + 4 = 4,$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because a \neq 0)$$

처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a=2$ 를 대입하면

구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$

$$\therefore p^2 + q^2 = 4$$

21. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 사람에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때, 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \emptyset$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

서준 : $A \subset B$

성진 : $A - B = \emptyset$

유진 : $A^c \cap B = \emptyset$

명수 : $B^c \subset A^c$

형돈 : $(A \cup B) - B = \emptyset$

▶ 답 :

▷ 정답 : 유진

해설

$B - A = \emptyset$ 일 때, $B \subset A$ 이다.

따라서 $A^c \cap B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

22. 명제 ' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 가 아니다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $P \cup Q = P$

해설

' q 가 아니다'를 만족시키는 집합은 Q^c
따라서 ' p 이면 q 가 아니다'가 참이면 $P \subset Q^c$

23. 다음 중 대우가 참인 것을 고르면?

- ① 평행사변형은 직사각형이다.
- ② 2의 배수는 4의 배수이다.
- ③ m, n 이 홀수이면 $m + n$ 은 홀수이다.
- ④ $x^2 - 9 = 0$ 이면 $x - 3 = 0$ 이다.
- ⑤ $x \geq 2$ 이면 $x^2 \geq 4$ 이다.

해설

⑤ 최솟값 2를 제공하면 4이므로 참이다.

24. 다음 부등식 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{\Gamma} \quad 3^{40} > 2^{60}$$

$$\textcircled{\text{L}} \quad 3^{200} > 6^{150}$$

$$\textcircled{\ominus} \quad 5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

① $\textcircled{\Gamma}$

② $\textcircled{\text{L}}$

③ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$

④ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\ominus}$

⑤ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\ominus}$

해설

$$\textcircled{\Gamma} \quad \frac{3^{40}}{2^{60}} = \frac{(3^2)^{20}}{(2^3)^{20}} = \left(\frac{9}{8}\right)^{20} > 1$$

$$\therefore 3^{40} > 2^{60}$$

$$\textcircled{\text{L}} \quad \frac{3^{200}}{6^{150}} = \frac{(3^4)^{50}}{(6^3)^{50}} = \frac{(3^4)^{50}}{(2^3 \cdot 3^3)^{50}} = \left(\frac{3}{8}\right)^{50} < 1$$

$$\therefore 3^{200} < 6^{150}$$

$$\textcircled{\ominus} \quad \frac{5^{10}}{2^{30}} = \frac{5^{10}}{(2^3)^{10}} = \left(\frac{5}{8}\right)^{10} < 1 \quad \therefore 5^{10} < 2^{30}$$

$$\frac{2^{30}}{3^{20}} = \frac{(2^3)^{10}}{(3^2)^{10}} = \left(\frac{8}{9}\right)^{10} < 1 \quad \therefore 2^{30} < 3^{20}$$

$$\therefore 5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

따라서 옳은 것은 $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\ominus}$ 이다.

25. 함수 f 가 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 를 만족할 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ 에서

$x = 0, y = 0$ 을 대입하면

$$f(0+0) = f(0) + f(0), f(0) = 2f(0)$$

$$\therefore f(0) = 0$$

26. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$, $Z = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 일대일 대응인 함수 $f : X \rightarrow Y$ 와 함수 $g : Y \rightarrow Z$ 가 $f(1) = a$, $g(c) = 6$, $(g \circ f)(2) = 4$ 를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은 얼마인가?

① a

② b

③ c

④ b, c

⑤ a, b, c

해설

$f(x)$ 가 일대일대응이므로

$f(2) = b$ 또는 $f(2) = c$ 이어야 한다.

(i) $f(2) = b$ 인 경우 $f(1) = a$ 이므로 $f(3) = c$

(ii) $f(2) = c$ 인 경우 $g(c) = 6$ 이므로

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(c) = 6$$

그런데 문제의 조건에서

$$(g \circ f)(2) = 4 \text{ 이므로 모순이다.}$$

따라서, (i), (ii)에 의하여 $f(3) = c$ 이다.

해설

f 와 g 가 일대일대응이면

$g \circ f$ 도 일대일대응이다.

$$(g \circ f)(2) = 4 \text{ 에서}$$

$$g(f(2)) = 4 \text{ 이므로 } f(2) \neq c$$

또, $f(1) = a$ 이고 f 가 일대일대응이므로

$f(2) = b$ 이어야 한다.

$$\therefore f(3) = c$$

27. 두 함수 $f(x) = x - 1, g(x) = x^2 + 4$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f))(x) = 18$ 을 만족하는 실수 x 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f))(x) &= f(g(f(x))) = f(g(x-1)) \\&= f((x-1)^2 + 4) \\&= f(x^2 - 2x + 5) \\&= (x^2 - 2x + 5) - 1 \\&= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

$$(f \circ (g \circ f))(x) = 18$$

$$\text{이므로 } x^2 - 2x + 4 = 18, x^2 - 2x - 14 = 0$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 구하는 x 의 값의 합은 2 이다.

28. P섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

A : 우리는 모두 Q섬에서 왔다. B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

- ① A, B는 P섬, C는 Q섬에서 왔다.
- ② A, B는 Q섬, C는 Q섬에서 왔다.
- ③ A, B, C는 모두 Q섬에서 왔다.
- ④ B는 P섬, A, C는 Q섬에서 왔다.
- ⑤ B는 Q섬, A, C는 P섬에서 왔다.

해설

A의 말은 거짓이다. 즉, A는 Q섬 사람이고 ‘우리 모두 Q섬 사람이다.’가 거짓이므로 B, C중 P섬 사람이 있어야 한다. 만일 B가 P섬 사람이면 B의 말이 진실이므로 C는 Q섬에서 왔다. 그러나 B가 Q섬에서 왔다면 B의 말이 거짓이므로 P섬 사람이 둘 이상이어야 하는데 A와 B가 Q섬 사람이므로 모순이다. 따라서, B는 P섬, A, C는 Q섬에서 왔다.

29. 실수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 다음과 같을 때, 두 명제 $p \Rightarrow q$ 와 $r \Rightarrow p$ 일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합은?

$$p : -2 \leq x \leq 3 \text{ or } x \geq 5$$

$$q : x \geq a$$

$$r : x \geq b$$

① 5

② 3

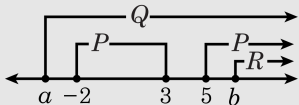
③ 0

④ -3

⑤ -5

해설

$r \Rightarrow p$, $p \Rightarrow q$ 에서 $r \Rightarrow q$ 이므로 $R \subset P \subset Q$



$$a \leq -2, 5 \leq b$$

a 의 최댓값 -2 , b 의 최솟값 5

$$\therefore -2 + 5 = 3$$

30. 양수 a, b 가 $a+b=1$ 을 만족시킬 때, 두 수 $P=a^3+b^3, Q=a^2+b^2$ 의 대소로 비교로 바른 것은?

① $P > Q$

② $P \geq Q$

③ $P = Q$

④ $P < Q$

⑤ $P \leq Q$

해설

a, b 는 양수이고 $a+b=1$ 이므로

$$0 < a < 1, 0 < b < 1$$

또 $b=1-a$ 이므로

$$P = a^3 + b^3 = a^3 + (1-a)^3$$

$$= a^3 + 1 - 3a + 3a^2 - a^3$$

$$= 3a^2 - 3a + 1$$

$$Q = a^2 + b^2 = a^2 + (1-a)^2$$

$$= a^2 + a^2 - 2a + 1$$

$$= 2a^2 - 2a + 1$$

$$P - Q = 3a^2 - 3a + 1 - 2a^2 + 2a - 1$$

$$= a^2 - a = a(a-1)$$

그런데 $0 < a < 1$ 이므로 $a(a-1) < 0$

$\therefore P - Q < 0$ 이고 $P < Q$

31. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

① 14 개

② 18 개

③ 20 개

④ 24 개

⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는

$f(1)$: 4 가지

$f(2)$: 3 가지

$f(3)$: 2 가지

$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)

그런데 $f(3) = 3$ 인 것이 6 가지 이므로

$f(x) \neq x$ 인 것은

$\therefore 24 - 6 = 18$ (가지)

32. 다음 <보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서 y 축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

I. $y = 2|x| + 1$

II. $|y| = 2x + 1$

III. $|y| = 2|x| + 1$

① I

② II

③ III

④ I, II

⑤ I, III

해설

I. x 에 절댓값이 있으므로 y 축에 대하여 대칭

II. y 에 절댓값이 있으므로 x 축에 대하여 대칭

III. x, y 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고
또한 y 축에 대해서도 대칭이다.

33. 함수 $f(x) = |x| + |x-a| + |x-3a|$ 의 최솟값이 6 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

i) $x < 0$ 일 때, $f(x) = -3x + 4a$

ii) $0 \leq x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$

iii) $a \leq x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$

iv) $x \geq 3a$ 일 때, $f(x) = 3x - 4a$

따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은 $3a$ 이므로

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

