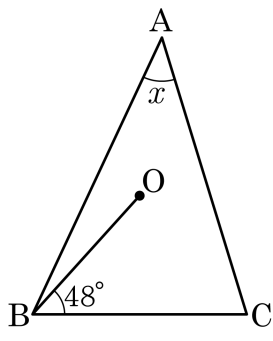


1. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



- ① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

해설

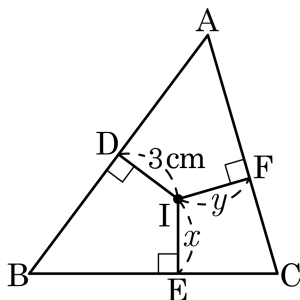
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 48^\circ$$

$$\angle BOC = 84^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 42^\circ$$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $ID = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?

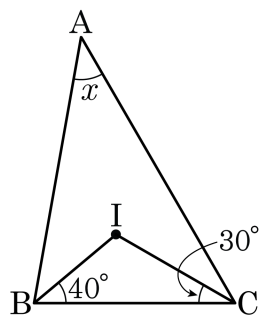


- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore x + y = 6(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

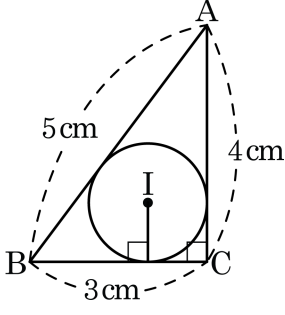


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) \times 2 = 40^\circ$$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

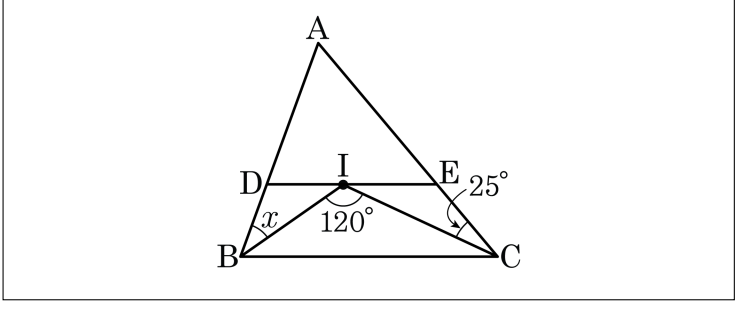
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \text{ 이다. 따라서 } r = 1\text{cm}$$

이다.

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AB, AC와의 교점을 각각 D, E라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 35° ③ 45° ④ 55° ⑤ 65°

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle ECI = \angle ICB = 25^\circ,$$

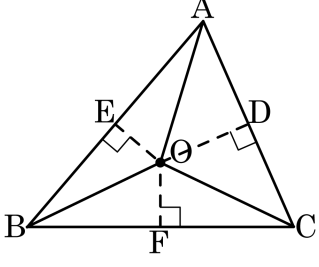
$$\angle DBI = \angle IBC = \angle x \cdots \text{㉠}$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} \angle IBC &= 180^\circ - 120^\circ - \angle ICB \\ &= 180^\circ - 120^\circ - 25^\circ = 35^\circ \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 ㉠에 의해 $\angle x = 35^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

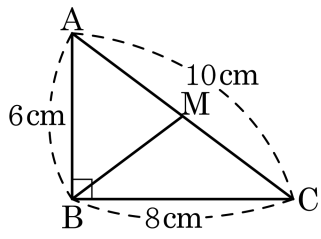
- ☐ $\overline{OA} = \overline{OB}$
- ☐ $\overline{OE} = \overline{OF}$
- ☐ $\overline{AB} = \overline{BC}$
- ☐ $\overline{AD} = \overline{CD}$
- ☐ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

- ① ☐ , ☐ , ☐
- ☒ ☐ , ☐
- ③ ☐ , ☐
- ④ ☐ , ☐
- ⑤ ☐ , ☐

해설

☐ , ☐ , ☐은 알 수 없다.

7. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



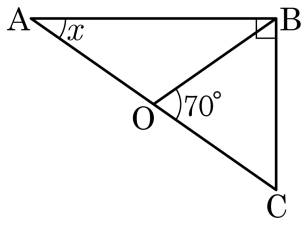
- ① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2
 ④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 높이를 이등분한다.

$$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

8. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

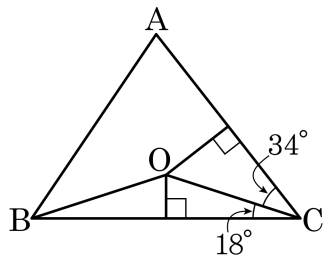
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34^\circ$, $\angle OCB = 18^\circ$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



- ① 18° ② 34° ③ 36° ④ 38° ⑤ 52°

해설

$$\begin{aligned}\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA &= 90^\circ \\ \angle OBA &= 90^\circ - \angle OCB - \angle OCA = 38^\circ\end{aligned}$$

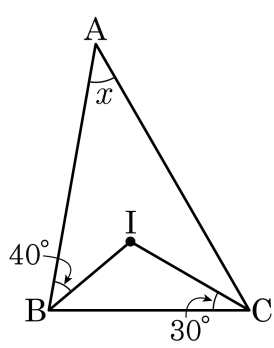
10. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로
오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을
이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을
찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로
하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이
맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야
한다.

11. $\triangle ABC$ 에서 점 I가 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

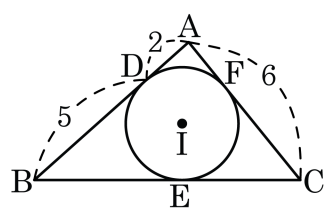


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) \times 2 = 40^\circ$$

12. 다음 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 내접원과 삼각형 ABC의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

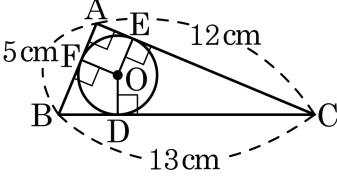


- ① 6 cm
- ② 7 cm
- ③ 8 cm
- ④ 9 cm
- ⑤ 10 cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

13. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어졌다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



- ① 0.5 cm ② 1 cm ③ 2 cm
④ 2.5 cm ⑤ 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이는

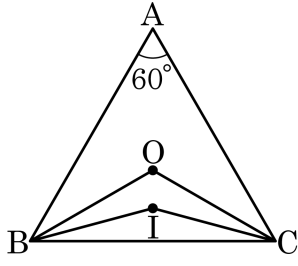
$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a + b + c)$$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a + b + c) = 30$,

$$\frac{1}{2}r(5 + 12 + 13) = 30$$

따라서 $r = 2$ cm

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



- ① 0° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ 이다.

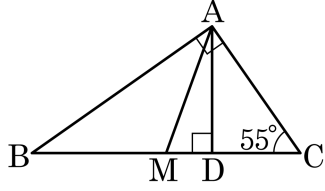
15. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

16. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, BC의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

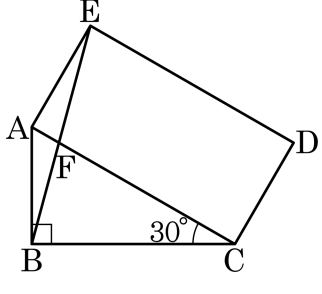


- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
 $\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
 $\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$
 $\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

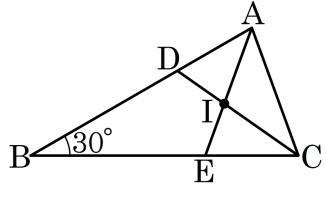
$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?

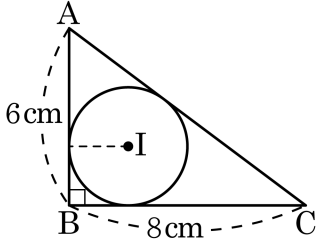


- ① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = 105^\circ$
 $\angle AIC = \angle DIE = 105^\circ$.
 $\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360^\circ$.
 $\angle BDI + \angle BEI = 360^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 225^\circ$.
 $\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360^\circ$, $\angle ADI + \angle CEI = 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?

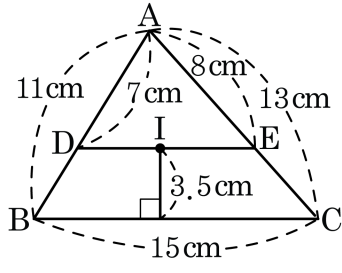


- ① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\square DBCE$ 의 넓이는 얼마인가?

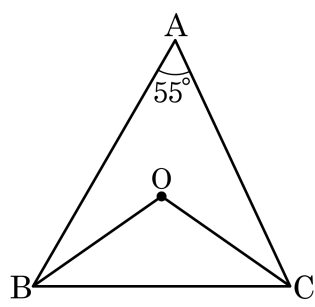


- ① 38cm^2 ② 40cm^2 ③ 42cm^2
 ④ 44cm^2 ⑤ 46cm^2

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) = $\overline{AB} + \overline{AC}$
 따라서 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) = $\overline{AB} + \overline{AC} = 11 + 13 = 24(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(\text{cm})$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(\text{cm})$ 이다.
 따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
 $(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABO + \angle ACO$ 의 크기는?



- ① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{OA}$ 를 그으면

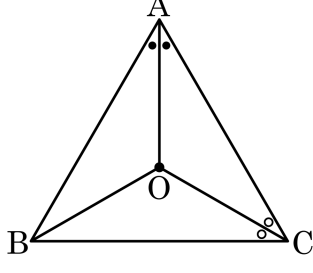
$$\angle OAB = \angle OBA$$

$$\angle OAC = \angle OCA \text{ 이므로}$$

$$\angle ABO + \angle ACO = \angle OAB + \angle OAC = \angle BAC = 55^\circ \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, $\angle AOC$ 의 크기는?

(단, $\angle OAC = \angle OAB = \bullet$, $\angle OCB = \angle OCA = \circ$)

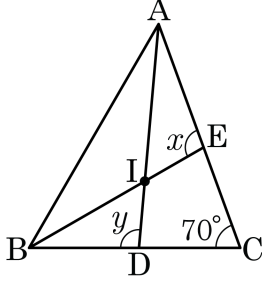


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\triangle OAB$ 와 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OCB = \angle OBC$
따라서 $\angle ABC = \bullet + \circ$ 이고 $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$ 이므로
 $\angle AOC = 2 \times \bullet + 2 \times \circ$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\triangle AOC$ 에서
 $(2 \times \bullet + 2 \times \circ) + \bullet + \circ = 180^\circ$, $3 \times (\circ + \bullet) = 180^\circ$, $\bullet + \circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle AOC = 2(\bullet + \circ) = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

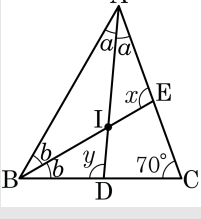
23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

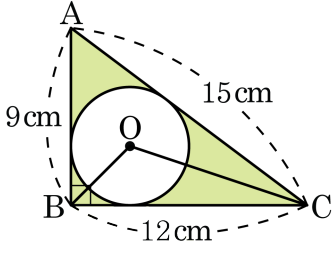
해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$
 $\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70^\circ$, $\triangle ADC$ 에서
 $\angle y = \angle a + 70^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70^\circ) + (\angle a + 70^\circ)$
 $= \angle a + \angle b + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$

24. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



- ① $(54 - 6\pi) \text{ cm}^2$
- ② $(54 - 7\pi) \text{ cm}^2$
- ③ $(54 - 8\pi) \text{ cm}^2$
- ④ $(54 - 9\pi) \text{ cm}^2$
- ⑤ $(54 - 10\pi) \text{ cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 이라 하면

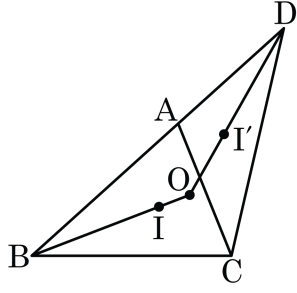
$$\frac{1}{2}r \times (9 + 15 + 12) = \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 - 3^2 \times \pi = 54 - 9\pi (\text{cm}^2)$$

25. $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점 I, I'는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



- ① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°
 ④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$

점 I'는 내심이므로 $\angle ADI' = 35^\circ \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$

$$\therefore \angle IOI' = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ$$