

1. 다음 식 중 옳지 않은 것은?

① $a^3 \times a^2 = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{12}$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^9$

해설

① $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^{3+6} = b^9$

2. 다음 보기 중 나머지 3 개와 다른 것을 골라라.

보기

㉠ $(a^3)^2 \times b^4$

㉡ $a^5 \times b^4$

㉢ $(a^2)^3 \times (b^2)^2$

㉣ $a^2 \times b^2 \times (a^2)^2 \times b^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉠ $(a^3)^2 \times b^4 = a^{3 \times 2} b^4 = a^6 b^4$

㉡ $a^5 \times b^4 = a^5 b^4$

㉢ $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^{2 \times 3} \times b^{2 \times 2} = a^6 b^4$

㉣ $a^2 \times b^2 \times (a^2)^2 \times b^2 = a^2 b^2 a^{2 \times 2} b^2 = a^6 b^4$

㉡이 다르다.

3. 다음 중 x 의 값이 다른 것은?

① $(ab)^x \times ab = a^3b^3$

② $(a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3}$

③ $(-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3$

④ $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^6b}{16}$

해설

① $(ab)^x \times ab = a^3b^3,$

$a^{x+1}b^{x+1} = a^3b^3, x+1=3 \therefore x=2$

② $(a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3},$

$\frac{a^{2x+2}}{b^{5-2}} = \frac{a^6}{b^3}$

$2x+2=6 \therefore x=2$

③ $(-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3, 4a^2x^3b^3 = 32a^2b^3, x^3=8 \therefore x=2$

④ $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}, \frac{a^2}{x^2} \times a^6b^3 = \frac{a^8b^3}{16}, x^2=16 \therefore x=\pm 4$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^2}{16} \times a^2 \times a^xb = \frac{a^{4+x}b}{16} = \frac{a^6b}{16}$

$x+4=6 \therefore x=2$

4. 다음 □ 안에 들어갈 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$\left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(\frac{3a}{b}\right)^2 = \frac{8}{a^\square} \times \frac{9a^\square}{b^2} = \frac{72}{a^\square b^\square}$$

- ① 3, 2, 1, 3 ② 3, 2, 1, 2 ③ 3, 2, 2, 2
- ④ 4, 2, 1, 2 ⑤ 4, 1, 1, 2

해설

$$\left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(\frac{3a}{b}\right)^2 = \frac{8}{a^3} \times \frac{9a^2}{b^2} = \frac{72}{ab^2}$$

5. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳지 않은 것은?

① $(-x^2y^3)^2 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 = 9x^2y^4$

② $(-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 = 32x^8y^5$

③ $-4(x^2)^2 \div 2x^4 = -2$

④ $2x^3 \times (-3x^2) = -6x^5$

⑤ $16x^2y \div 2xy \times 4x = 32x^2$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{2} \quad (-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 &= -8x^6y^3 \times 4x^2y^2 \\ &= -32x^8y^5\end{aligned}$$

6. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 $2x^2$ 이고 부피가 $12\pi x^5$ 일 때, 원기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x$

해설

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

높이를 h 라 하면 $12\pi x^5 = \pi (2x^2)^2 \times h$

$$\therefore h = \frac{12\pi x^5}{4\pi x^4} = 3x$$

7. $a^3b^2 \times a^5b^6 = a^{\square}b^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수를 차례로 쓴 것은?

- ① 15, 12 ② 8, 8 ③ 9, 7 ④ 5, 11 ⑤ 11, 7

해설

$$\begin{aligned}a^3b^2 \times a^5b^6 &= a^3 \times b^2 \times a^5 \times b^6 \\&= a^3 \times a^5 \times b^2 \times b^6 \\&= a^{3+5} \times b^{2+6} \\&= a^8b^8\end{aligned}$$

8. 다음 $27x^6y^{\square} \div xy^6 = 27x^5y^3$ 의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하면?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$27x^6y^{\square} \div xy^6 = \frac{27x^6y^{\square}}{xy^6} = 27x^5y^3 \text{ 이므로}$$

$$y^{\square-6} = y^3$$

$$\therefore \square = 9$$

9. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 값은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)

$$\left(\frac{x^a z^3}{cy^2}\right)^4 = \left(\frac{x^4 z^b}{81y^8}\right)$$

- ① $a = 1, b = 7, c = 3$

② $a = 2, b = 12, c = 3$

③ $a = 1, b = 12, c = 9$

④ $a = 1, b = 7, c = 3$

⑤ $a = 1, b = 12, c = 3$

해설

$$a \times 4 = 4, \ a = 1$$
$$3 \times 4 = b, \ b = 12$$
$$c^4 = 81, \ c = 3$$

10. $\left(-\frac{x^5z^a}{y^bz^3}\right)^2 = \frac{x^c}{y^4z^2}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$a = 2, b = 2, c = 10$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

11. 다음 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^3 \times a^5 = a^{30}$

③ $a^{10} \div a^2 \times a = a^6$

⑤ $(3a)^2 \times a^5 = 9a^{10}$

② $a^3 \times 3a^4 = 3a^7$

④ $(2a)^3 = 6a^3$

해설

① $a^2 \times a^3 \times a^5 = a^{10}$

③ $a^{10} \div a^2 \times a = a^9$

④ $(2a)^3 = 8a^3$

⑤ $(3a)^2 \times a^5 = 9a^7$

12. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x^{12} \div x^8 \div x^4 = 0$

㉡ $(2x^2y^3)^2 = 4x^4y^6$

㉢ $\left(-\frac{3x^2}{y^3}\right)^2 = \frac{9x^4}{y^6}$

㉣ $x^3 \times x = x^{12}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $x^{12-8-4} = x^0 = 1$

㉢ $x^3 \times x = x^4$

이므로 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

13. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$

14. $\left(-\frac{3xy^2}{x}\right)^3 \times \frac{xz^2}{3y} \div \left(\frac{xy}{z}\right)^2$ 을 간단히 하면?

① $\frac{9z}{x}$

② $-\frac{9y^3z^4}{x}$

③ $\frac{3z^2}{y}$

④ $\frac{27xy}{z}$

⑤ $-\frac{3yz}{x^2}$

해설

$$(\text{준식}) = -\frac{27x^3y^6}{x^3} \times \frac{xz^2}{3y} \times \frac{z^2}{x^2y^2} = -\frac{9y^3z^4}{x}$$

15. $\left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \div \square \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 = \frac{3a}{5b^2}$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $\frac{10b}{3a^2}$

② $\frac{3ab}{5}$

③ $\frac{9a^2b^3}{10}$

④ $8ab^2$

⑤ $\frac{15a}{4b^2}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \left(\frac{3}{2ab}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{5}a^3b^2\right)^2 \times \frac{5b^2}{3a} \\ &= \frac{27}{8a^3b^3} \times \frac{4a^6b^4}{25} \times \frac{5b^2}{3a} = \frac{9a^2b^3}{10}\end{aligned}$$

16. 다음 중에서 안에 들어갈 알맞은 식이 같은 것끼리 짝지은 것을 모두 골라라.

㉠ $\frac{2}{x^2} \times \square = 18x$	㉡ $(3x)^2 \times \square = \frac{1}{x}$
㉢ $27x \div \square = \frac{3}{x^2}$	㉣ $6x^2 \div x^5 \div \square = x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\text{㉠ } \square = 18x \times \frac{x^2}{2} = 9x^3$$

$$\text{㉡ } \square = \frac{1}{x} \times \frac{1}{9x^2} = \frac{1}{9x^3}$$

$$\text{㉢ } \square = 27x \times \frac{x^2}{3} = 9x^3$$

$$\text{㉣ } 6x^2 \div x^5 \div \square = x \text{ 이므로 } \frac{6}{x^3} \div \square = x$$

$$\therefore \square = \frac{6}{x^4}$$

따라서 안의 식이 같은 것은 ㉠과 ㉢이다.

17. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면
 $(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$
 $\therefore x = 81$

18. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

19. 다음 안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^{\square}$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^4 = 4^3 \times 2^{\square}$$

$$\therefore \square = 4$$

20. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

21. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13 자리의 자연수이다.

22. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15 자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

23. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$\therefore m + n = 10$

24. 부피가 $100\pi a^3b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\pi \times 5a \times 5a \times (\frac{\text{높이}}{2}) &= 100\pi a^3b \\ (\frac{\text{높이}}{2}) &= 100\pi a^3b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab\end{aligned}$$

25. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

26. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

27. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19, b = 6$
 $\therefore a + b = 19 + 6 = 25$

28. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

29. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$$f(xy) = f(x) + f(y) \text{ 이므로}$$

$$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개)이다.

30. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

- ① $-4a^4b^5$ ② $-2a^6b^3$ ③ $4a^5b^4$
④ $-4a^6b^3$ ⑤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\&= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\&= -4a^4b^5\end{aligned}$$