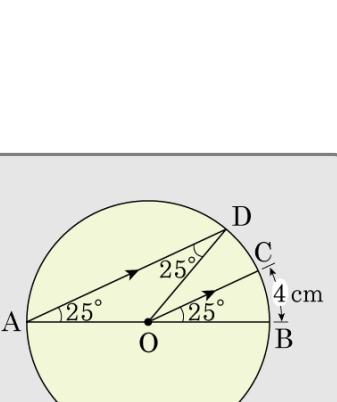


1. 다음 그림과 같이 \overline{AB} 가 원 O의 지름이고, $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$ 이다. $\angle BOC = 25^\circ$, $5.0pt\widehat{BC} = 4cm$ 일 때, $5.0pt\widehat{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\frac{104}{5}$ cm

해설

중심각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로 $\angle AOD$ 를 구하여 보자.

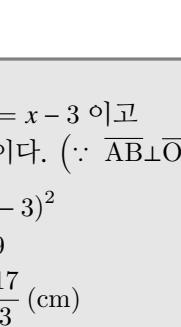
$\angle DAO$ 와 $\angle COB$ 는 동위각으로 같으므로 $\angle DAO = 25^\circ$ 이고, $\overline{AO} = \overline{DO}$ 이므로

$$\angle AOD = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$$

$\angle AOD : \angle COB = 5.0pt\widehat{AD} : 5.0pt\widehat{CB}$ 이므로
 $130^\circ : 25^\circ = 5.0pt\widehat{AD} : 4$

$$\therefore 5.0pt\widehat{AD} = \frac{104}{5}(\text{cm})$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{OB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\frac{17}{3}$ cm

해설

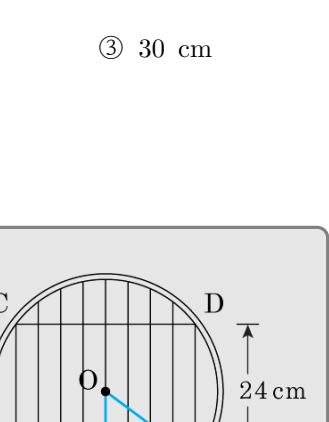
$\overline{OB} = x$ 라 하면 $\overline{OD} = x - 3$ 이고
 $\overline{AD} = \overline{DB} = 5\text{cm}$ 이다. ($\because \overline{AB} \perp \overline{OD}$)

따라서, $x^2 = 5^2 + (x - 3)^2$

$$x^2 = 25 + x^2 - 6x + 9$$

$$6x = 34 \quad \therefore x = \frac{17}{3} (\text{cm})$$

3. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굽은 두 철사는 평행하고 길이가 32 cm로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24 cm 였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



- Ⓐ 20 cm Ⓑ 25 cm Ⓒ 30 cm
Ⓑ 40 cm Ⓓ 45 cm

해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, \overline{AB} 의 중점을 M이라 할 때, $\overline{OM} = 12 \text{ cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16 \text{ (cm)}$ 이다.

석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ (cm)}$ 이다.

4. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\text{ cm}$, $\overline{CM} = 2\text{ cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



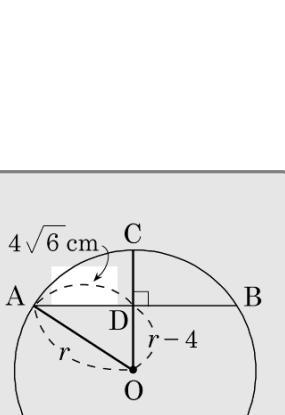
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

직각삼각형 AOM에서
 $r^2 = (r - 2)^2 + 4^2$, $r = 5\text{ cm}$

5. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{CM} \perp \overline{AB}$, $\overline{CM} = 4\text{ cm}$, $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\sqrt{6}\text{ cm}$ 일 때, 이 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$

▷ 정답: $196\pi \text{ cm}^2$

해설

$$r^2 = (4\sqrt{6})^2 + (r - 4)^2$$

$$r^2 = 96 + r^2 - 8r + 16$$

$$8r = 112$$

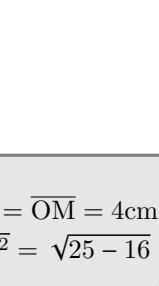
$$r = 14 \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 원의 넓이 } \pi \times 14^2 =$$

$$196\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$$



6. 다음 그림의 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{OD} = 5\text{cm}$, $\overline{OM} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



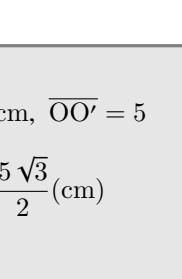
▶ 답: cm²

▷ 정답: 12cm²

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{ON} = \overline{OM} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{DN} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm이고 합동인 두 원 O, O' 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



- ① $\sqrt{5}$ cm ② $3\sqrt{5}$ cm ③ $2\sqrt{5}$ cm
 ④ $5\sqrt{2}$ cm ⑤ $5\sqrt{3}$ cm

해설

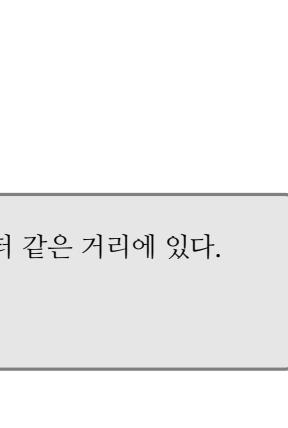
$$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm}, \overline{OO'} = 5$$

$$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$



8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인
이등변삼각형일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구
하여라.



▶ 답:

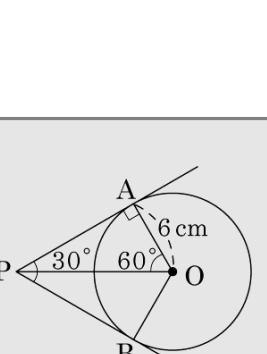
▷ 정답: 15

해설

길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

$$\therefore \triangle BOC = \frac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15$$

9. 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} 는 원 O의 접선이다.
 $\angle P = 60^\circ$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



- ① 24cm^2
 ② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$
 ④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ⑤ 54cm^2

해설

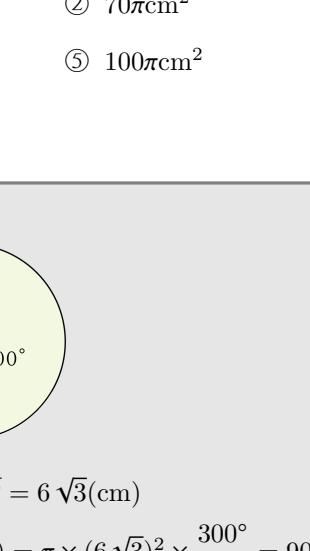
$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



\overline{PO} 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.
 따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.

$$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\text{cm}, \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림에서 \overrightarrow{AP} , \overrightarrow{AQ} 는 원 O의 접선이고, 점 P, Q는 원 O의 접점이다.
 $\overline{AP} = 6\text{cm}$, $\angle PAQ = 120^\circ$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하면?

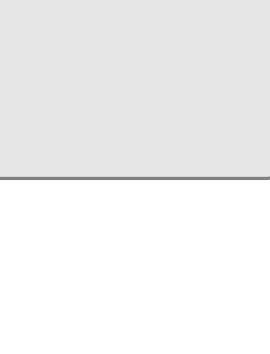


- ① $60\pi\text{cm}^2$ ② $70\pi\text{cm}^2$ ③ $80\pi\text{cm}^2$
④ $90\pi\text{cm}^2$ ⑤ $100\pi\text{cm}^2$



11. 다음 그림에서 \overrightarrow{PA} 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 6\text{ cm}$, $\overline{PA} = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?

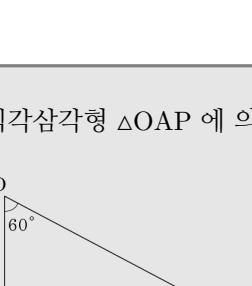
- ① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 12 cm



해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면,
 $\overline{OP^2} = \overline{PT^2} + \overline{OT^2}$ 이 의하여
 $(r+2)^2 = 36 + r^2 \therefore r = 8$

12. 다음 그림에서 \overline{PA} , \overline{PB} 는 원 O의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, 원의 넓이는?



- ① $8\pi\text{cm}^2$
 ② $12\pi\text{cm}^2$
 ③ $15\pi\text{cm}^2$
 ④ $20\pi\text{cm}^2$
 ⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

\overline{OP} 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서

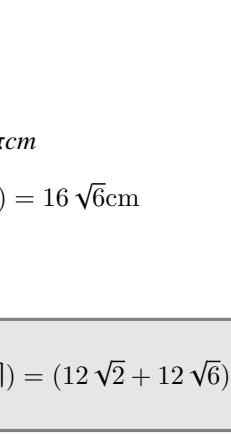


$$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AP} : 6$$

$$\therefore \overline{OA} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 원의 넓이는 $\pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이 A, B이고, $\angle AOB = 120^\circ$, $\overline{PB} = 6\sqrt{6}\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{OP} = 12\sqrt{2}\text{cm}$
- ② $\overline{AP} = 6\sqrt{6}\text{cm}$
- ③ $\overline{AB} = 6\sqrt{6}\text{cm}$
- ④ $5.0pt \widehat{AB} = 4\sqrt{2}\pi\text{cm}$
- ⑤ (□OAPB의 둘레) = $16\sqrt{6}\text{cm}$

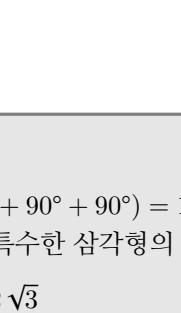
해설

$$\textcircled{5} (\square OAPB \text{의 둘레}) = (12\sqrt{2} + 12\sqrt{6}) \text{ cm}$$

14. 다음 그림에서 \overrightarrow{AP} , \overrightarrow{AQ} 는 원 O의 접선이고, 점 P, Q는 원 O의

접점이다. $\overline{AP} = 6\text{cm}$, $\angle PAQ = 60^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 부채꼴의

넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$

▷ 정답 : $8\pi \text{cm}^2$

해설

$$\angle APO = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle POQ = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

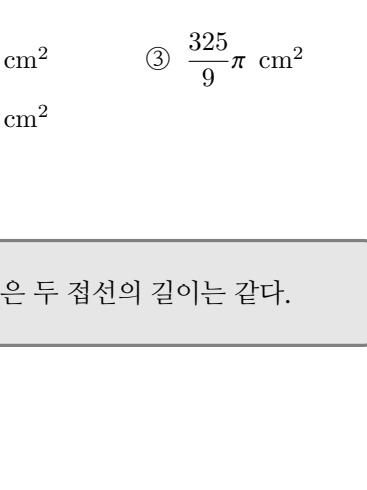
점 A, O를 연결하면 특수한 삼각형의 성질에 의하여

$$\overline{PO} = \overline{QO} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

따라서 색칠한 부채꼴의 중심각은 240° 이므로

$$\text{넓이는 } \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{240}{360} = 8\pi (\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림에서 \overrightarrow{PT} , $\overrightarrow{PT'}$ 이 원 O에 접할 때, 색칠한 부분의 넓이는?

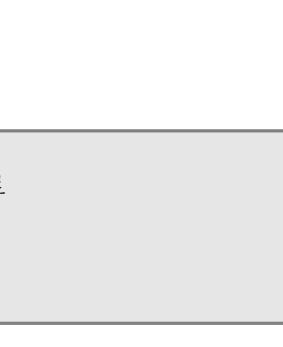


- ① $\frac{125}{9}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{125}{18}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{325}{9}\pi \text{ cm}^2$
④ $\frac{325}{18}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{225}{18}\pi \text{ cm}^2$

해설

원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

16. 다음 그림과 같이 \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{AF} 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.
(단, $\angle BAC = 60^\circ$, $\overline{AO} = 10$)



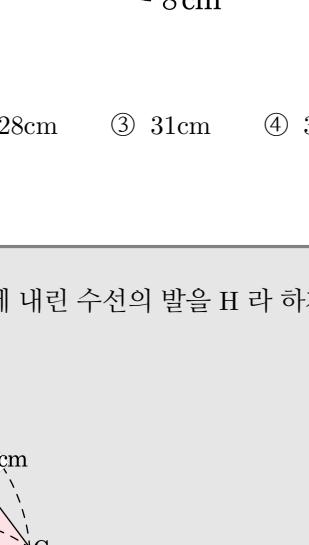
▶ 답:

▷ 정답: $10\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AF} &= 5\sqrt{3} \text{ cm}, \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} \text{ 이므로} \\ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \overline{AE} + \overline{AF} \\ &= 10\sqrt{3} (\text{ cm})\end{aligned}$$

17. 그림에서 \overline{AD} 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ 는 반원에 접한다.
이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



- ① 21cm ② 28cm ③ 31cm ④ 35cm ⑤ 40cm

해설

점 B에서 \overline{CD} 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

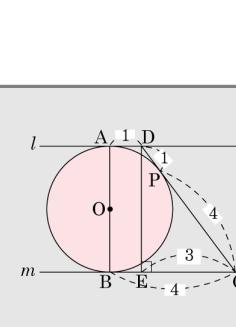
$$AB = BT, DC = CT$$

$$CH = 6, BC = BT + CT = 10(\text{cm})$$

$$\therefore BH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}) \therefore AD = BH = 8\text{cm}$$

$$\text{따라서, } \square ABCD \text{ 둘레는 } AB + AD + DC + BC = 2 + 8 + 8 + 10 = 28(\text{cm})$$

18. 다음 그림에서 원 O의 지름의 양 끝점 A, B에서 그은 두 접선 ℓ , m 과 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과의 교점을 각각 D, C라고 한다. $\overline{AD} = 1$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설



점 D에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 E라 하자

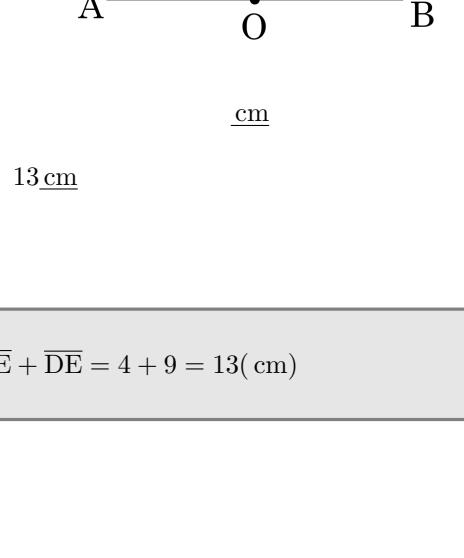
$\triangle DCE$ 에서 $\overline{CD} = 5$, $\overline{CE} = 3$ 이므로

$$\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$\square ABCD$ 는 잎변, 아랫변, 높이가 각각 1, 4, 4 인 사다리꼴이므로

$$\text{그 넓이} = (4+1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 10$$

19. 다음 그림에서 \overline{AD} , \overline{CD} , \overline{BC} 는 반원 O의 접선이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$
이고 $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{CD} 의 길이를 구하여라.



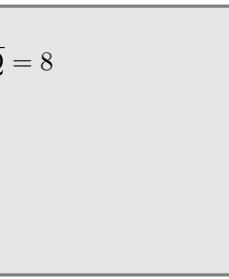
▶ 답: cm

▷ 정답: 13cm

해설

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = 4 + 9 = 13(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이가 각각 6cm, 10cm 이고
점 Q, T는 작은 원과 큰 원의 접점이다. 이 때, \overline{PB} 의 길이는?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{OQ} = 6 \text{ cm} \text{므로 } \overline{AQ} = 8$$

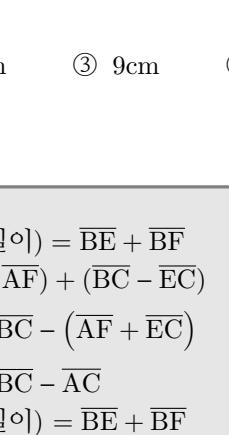
$$\overline{BQ} = \overline{AQ} = 8$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$$

$$80 = x(x + 16)$$

$$\therefore x = 4$$

21. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, \overline{PQ} 는 원 O의 접선일 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는?

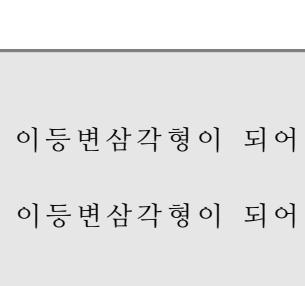


- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$$\begin{aligned}(\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ \overline{BE} + \overline{BF} &= (\overline{AB} - \overline{AF}) + (\overline{BC} - \overline{EC}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - (\overline{AF} + \overline{EC}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC} \\ (\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ &= 10 + 13 - 15 \\ &= 8(\text{cm})\end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기는?

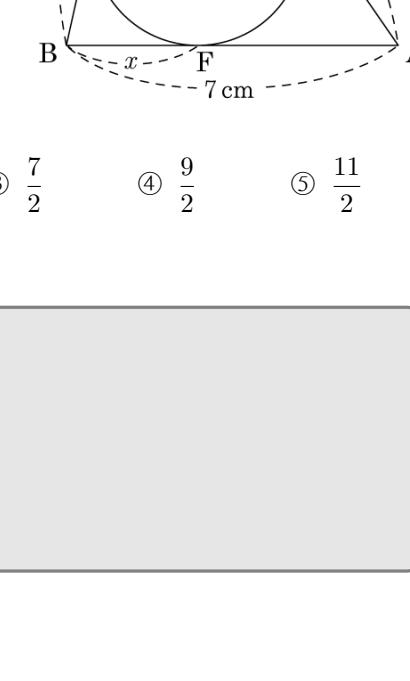


- ① 25° ② 30° ③ 33° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle BCA = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$
 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어
 $\angle FEC = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$
 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이므로 $\triangle BED$ 도 이등변삼각형이 되어
 $\angle BED = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$
 $\therefore \angle FED = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$

23. 다음은 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 를 그린 것이다. 이때, x 의 길이는 얼마인가?



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{CE} + \overline{AE} \\ &= (8 - x) + (7 - x) \\ &= 15 - 2x = 10 \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

24. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F는 각 선분의 접점이다. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 22$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 44

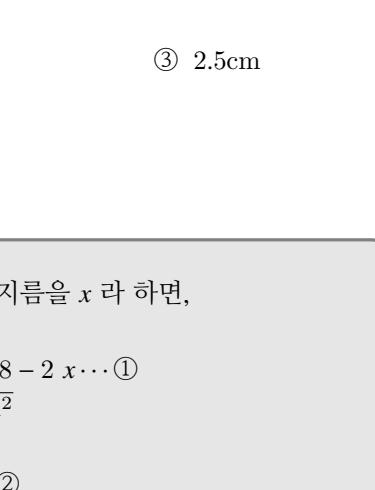
해설

아래의 그림을 보면



$x+y+z=22$ 이므로 ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이) = $2(x+y+z)=44$ 이다.

25. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?



- ① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
 ④ 3cm ⑤ 4cm

해설

$\square ODCE$ 는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 12 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 16 - x \therefore \overline{AB} = 28 - 2x \cdots ①$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

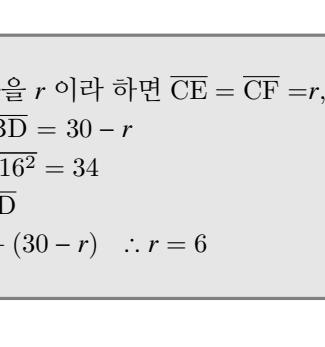
$$\overline{AB}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$$

$$\therefore \overline{AB} = 20\text{cm} (\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$$

$$①, ② \text{에 의해 } 28 - 2x = 20$$

$$\therefore x = 4$$

26. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

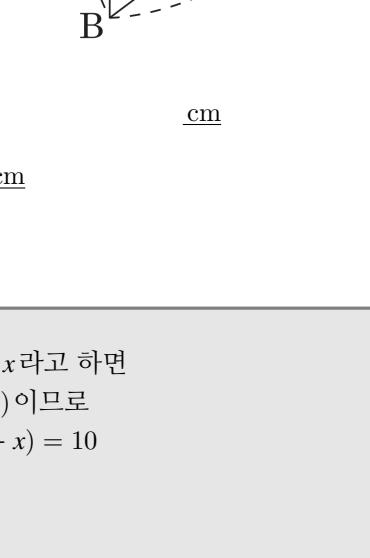
$$\overline{AD} = 16 - r, \overline{BD} = 30 - r$$

$$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$$

$$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$$

27. 다음 직각삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 2 cm

해설

$$\overline{AD} = \overline{AE} = x \text{라고 하면}$$

$$\overline{BC} = 10(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$(6 - x) + (8 - x) = 10$$

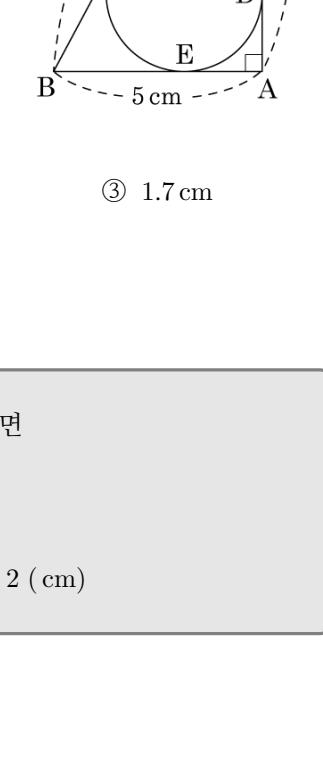
$$14 - 2x = 10$$

$$-2x = -4$$

$$\therefore x = 2(\text{cm})$$



28. 다음 그림을 보고 내접원 O의 반지름 x 를 바르게 구한 것은?



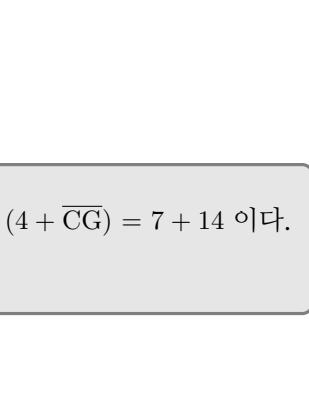
- ① 0.5 cm ② 1 cm ③ 1.7 cm
④ 2 cm ⑤ 3 cm

해설

$\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{AE} = \overline{AD} = x$ 라고 하면
 $\overline{CF} = \overline{CD} = 12 - x$
 $\overline{BF} = \overline{BE} = 5 - x$
 $\overline{CB} = \overline{CF} + \overline{BF}$ 이므로

$$13 = (12 - x) + (5 - x) \quad \therefore x = 2 \text{ (cm)}$$

29. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 가 원 O
에 외접하고 있다. 이때, 점 E, F, G, H
는 접점이고 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} =$
 14 cm , $\overline{DG} = 4\text{ cm}$ 일 때, \overline{CG} 의 길
이를 구하여라.



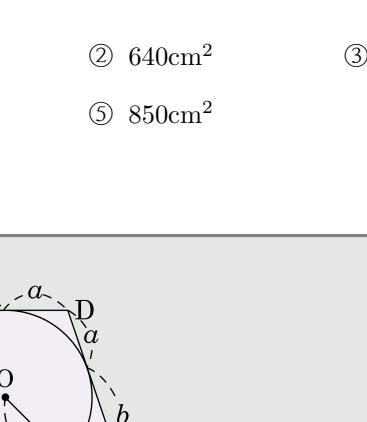
▶ 답: cm

▷ 정답: 7 cm

해설

$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로 $10 + (4 + \overline{CG}) = 7 + 14$ 이다.
따라서 $\overline{CG} = 7(\text{ cm})$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm인 원 O에 외접하는 사각형 ABCD의 넓이는?



- ① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
 ④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



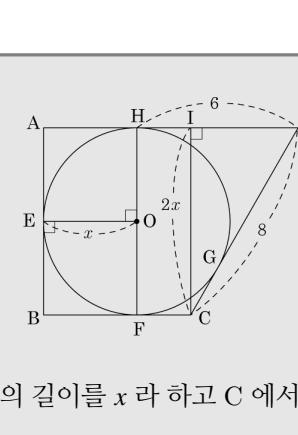
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\square ABCD \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \{(12 + a) + (12 + b)\} \times 24 \\ = 12(24 + a + b)$$

$$a + b = 26(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 넓이는 } 12 \times (24 + 26) = 600(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

31. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

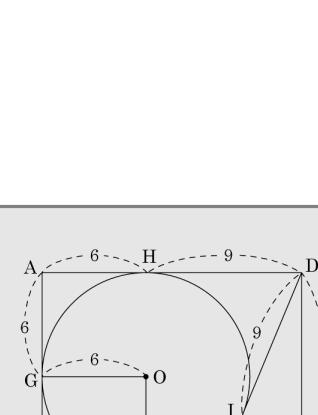


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C에서 \overline{AD} 에 내린 수선의 발을 I라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$$\triangle CDI \text{에서 } (2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$$

32. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 \overline{DF} 가 원 O 의 접선일 때, \overline{DF} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 13

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$

$$(x+9)^2 = (9-x)^2 + 12^2$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 $\overline{DF} = 13$