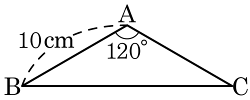
1. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{AC} = 10\text{cm}$ ㉡ $\angle B = 60°$
㉢ $\angle C = 30°$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

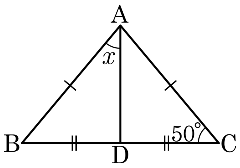
해설

㉠ $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = 10\text{cm}$

㉡, ㉢ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle C = 30°$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $35°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $55°$

해설

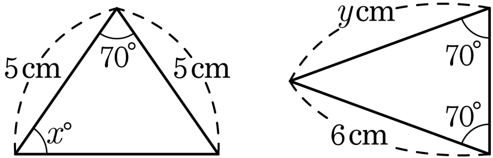
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = 180° - 2 \times 50° = 80°$

또 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 를 이등분하고 $\overline{BC}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)

따라서 $x = \dfrac{1}{2} \times 80° = 40°$

3. 다음 그림에서 $x+y$가 속한 범위는?



① 61 ~ 65 ② 66 ~ 70 ③ 71 ~ 75

④ 76 ~ 80 ⑤ 81 ~ 85

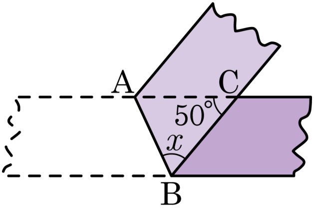
해설

두 삼각형은 모두 이등변삼각형이므로

$\angle x = 55°$, $y = 6(\text{cm})$

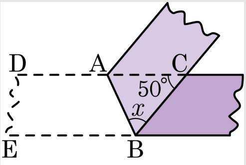
$\therefore\ x + y = 55 + 6 = 61$

4. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

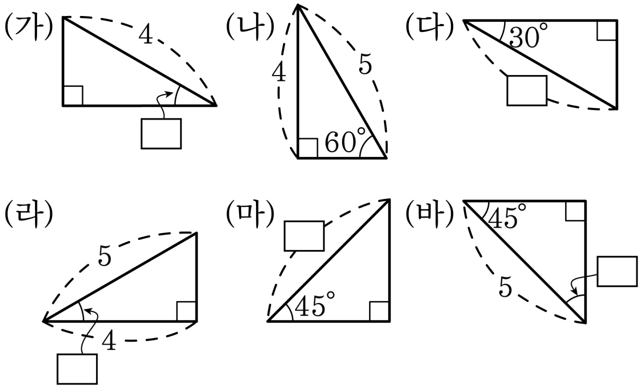
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore \ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

5. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



① (가) 30 °　　② (다) 4　　③ (라) 60 °

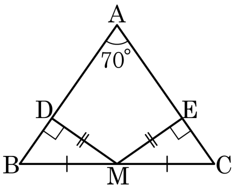
④ (마) 5　　⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°

⑤ (바) 45°

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 70°$, 변 BC 의 중점 M 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다. $\angle BMD$ 의 크기는?

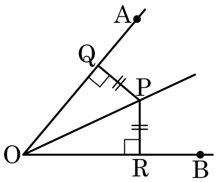


① 35°　② 30°　③ 25°
④ 20°　⑤ 15°

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 는 RHS 합동조건에 의해 합동이 된다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 같게 되고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이 되어 $\angle B$ 와 $\angle C$ 는 55° 가 된다.
따라서 $\angle BMD$ 는 35° 이다.

7. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$

② $\overline{QO} = \overline{RO}$

③ $\overline{QO} = \overline{PO}$

④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

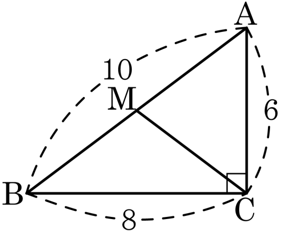
해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.

그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{MC}$의 길이는?

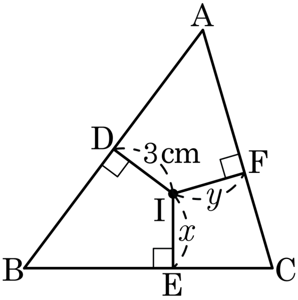


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$이다.
$\therefore \overline{MC} = 5$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



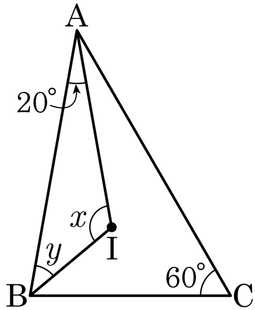
① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 7cm　⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.

$\therefore\ x + y = 6(\text{cm})$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?



① $\angle x = 120°$, $\angle y = 40°$　② $\angle x = 115°$, $\angle y = 45°$

③ $\angle x = 110°$, $\angle y = 50°$　④ $\angle x = 125°$, $\angle y = 35°$

⑤ $\angle x = 130°$, $\angle y = 30°$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40°$

$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$40° + 2y + 60° = 180°$

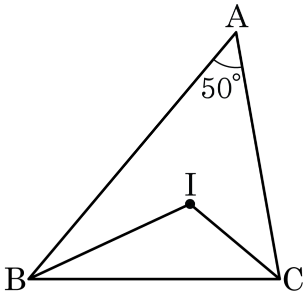
$\therefore \angle y = 40°$

$\triangle ABI$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$20° + 40° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 120°$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



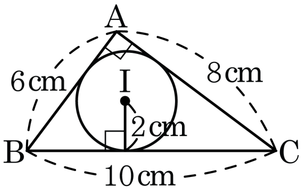
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

12. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm , 10cm 인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



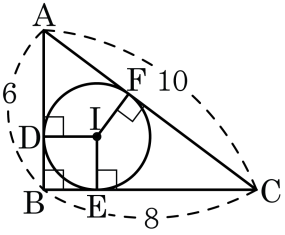
① 16cm^2　② 18cm^2　③ 20cm^2

④ 22cm^2　⑤ 24cm^2

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6+8+10) = 24\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$, $\overline{AC}=10$)



① 1　　② 1.5　　③ 2　　④ 2.5　　⑤ 3

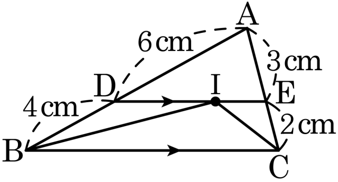
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\frac{1}{2} \times (6+8+10) \times r = 24 \therefore r = 2$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{DB} = 4cm$, $\overline{AE} = 3cm$, $\overline{EC} = 2cm$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

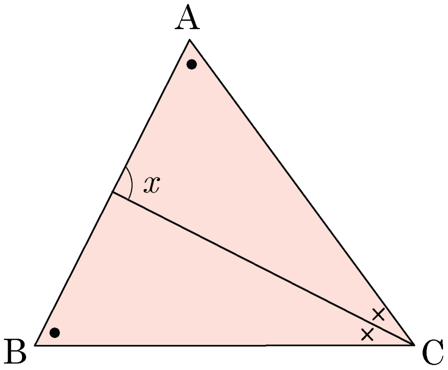
15. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

16. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC 에서 $\angle x$ 의 크기는?

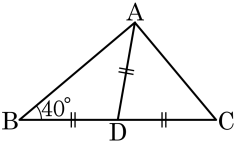


① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle$ABC 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90°$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이고 $\angle B=40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① $75°$ ② $80°$ ③ $85°$ ④ $90°$ ⑤ $95°$

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD=40°$

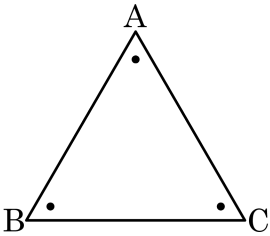
$\angle CDA=40°+40°=80°$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle DCA=\dfrac{1}{2}(180°-80°)=50°$

$\therefore\ \angle BAC=40°+50°=90°$

18. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots$ ㉠
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

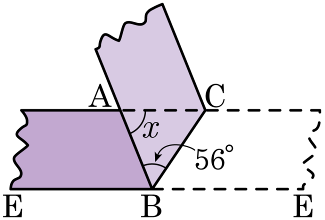
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\ \overline{AC} \ ) \cdots$ ㉠
$\angle A = (\ \angle C \ )$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $(\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} \ )$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

19. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$ 의 크기는?



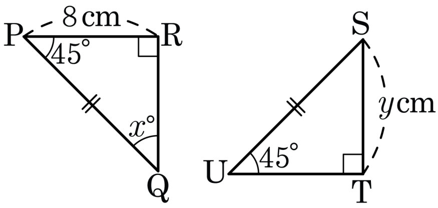
① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

$\angle ABE = 180° - (56° \times 2) = 68°$

$\angle ABE = \angle BAC = \angle x = 68°$ (엇각)

20. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

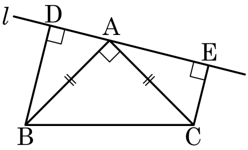
해설

$\triangle PRQ$, $\triangle STU$ 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8cm = y$ cm

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

21. 다음 그림에서 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 이 있다. B 와 C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면, $\overline{BD}=5$, $\overline{DE}=8$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle AEC$ 에서

$\angle ADB = \angle AEC = 90° \cdots$ ㉠

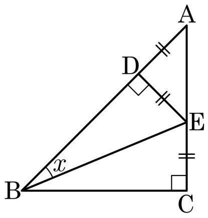
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

$\angle DAB = \angle ACE$ ($\because \angle DAB + \angle EAC = 90° \cdots$ ㉢)

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ 이므로

$\overline{CE}$ 의 길이는 $\overline{DE} - \overline{BD} = 3$이 성립한다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $22°$ ② $22.5°$ ③ $23°$

④ $23.5°$ ⑤ $25°$

해설

$\triangle$DBE 와 $\triangle$CBE 에 대하여

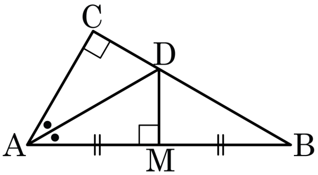
$\angle BDE = \angle BCE = 90°$, $\overline{DE} = \overline{CE}$,

$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)

$\angle DBE = \angle CBE$ 이고 $\angle DBE + \angle CBE = \angle ABC = 45°$ 이므로

$\therefore \angle x = \angle DBE = 22.5°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?



① 26° ② 28° ③ 30° ④ 32° ⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{MD}$ 는 공통$\cdots$ ㉡

$\overline{AM} = \overline{BM} \cdots$ ㉢

㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$(SAS합동)

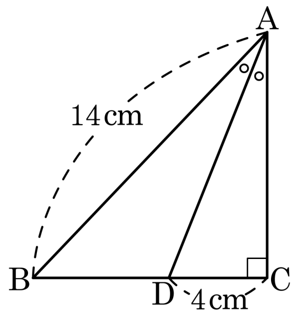
$\therefore \angle DAM = \angle B \cdots$ ㉣

$\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \cdots$ ㉤

㉣,㉤에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$

$\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90°$ 이므로 $3\angle B = 90°$ $\therefore \angle B = 30°$

24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하면?

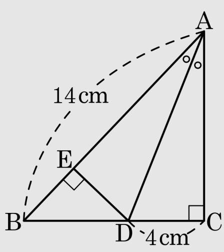


① 20cm^2　② 22cm^2　③ 24cm^2　④ 26cm^2　⑤ 28cm^2

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 긋고 E 라고 하면

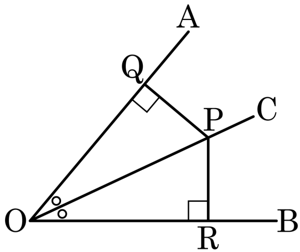
$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)



$\overline{DE} = 4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD = 14 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 28(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$

② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로

$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ$ (②)

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통

ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ ($\because$ 가정)

iii) $\angle QOP = \angle ROP$ ($\because$ 가정)

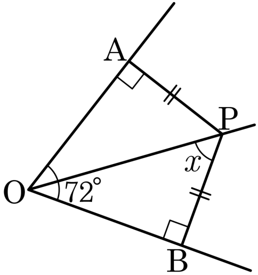
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로

$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)

합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.

또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90°$

ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$

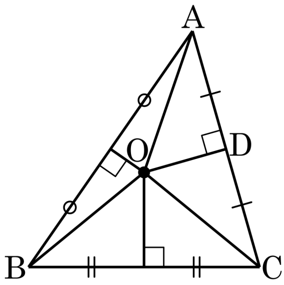
iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$\angle AOP = \angle BOP = 36°$

$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$

27. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



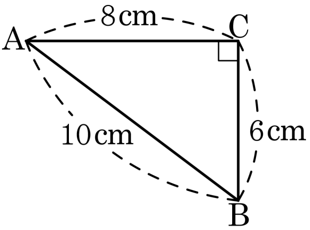
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의
수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \square$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$ ② $25\pi\text{cm}^2$ ③ $22\pi\text{cm}^2$

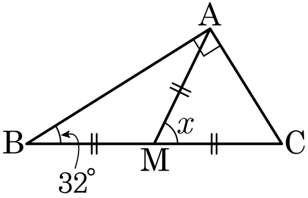
④ $20\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60°　　② 62°　　③ 64°　　④ 66°　　⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

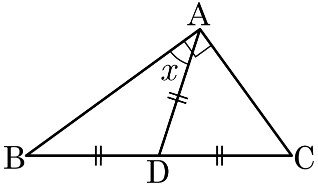
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32°$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

30. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 2 : 3이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD} = \overline{AD})$

$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$

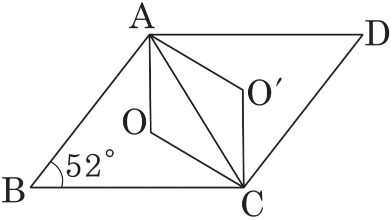
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD} = \overline{CD})$

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$$

31. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52°　② 52°　③ 76°　④ 104°　⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$

이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$

따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

32. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

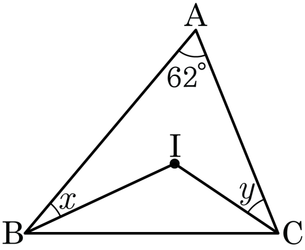
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

33. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59° ② 60° ③ 61.5° ④ 62° ⑤ 62.5°

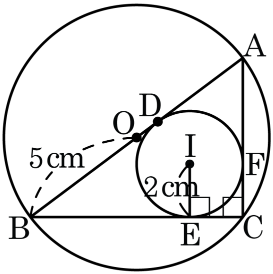
해설

$\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

34. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 △ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, △ABC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2

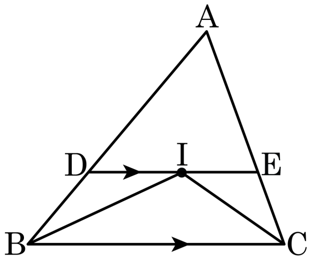
④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 △ABC 는 직각삼각형이다.
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}} = a\mathrm{cm}$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BE}} = (10 - a)\mathrm{cm}$ 이다.
따라서

$$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{IE}} \times (\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}})$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\mathrm{cm}^2)\text{이다.}$$

35. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{EC} = \overline{EI}$ ② $\angle EIC = \angle ECI$ ③ $\angle DBI = \angle DIB$

④ $\angle IBC = \angle EIC$ ⑤ $\overline{DB} = \overline{DI}$

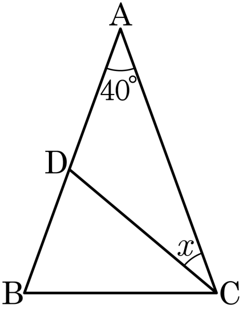
해설

$\angle DBI = \angle CBI = \angle DIB$이므로 $\triangle DBI$는 $\overline{DB} = \overline{DI}$인 이등변삼각형이다.

또, $\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$이므로 $\triangle EIC$는 $\overline{EC} = \overline{EI}$인 이등변삼각형이다.

④ $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle EIC = \angle ICB$

36. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

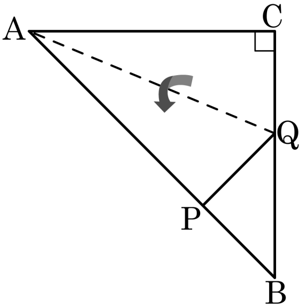
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

37. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$

② $\overline{AP} = \overline{AC}$

③ $\angle PAQ = \angle CAQ$

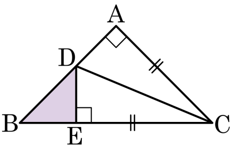
④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

⑤ $\angle APQ = 90°$

해설

종이를 접은 모양이므로
$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90°$

38. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,cm$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,cm^2$　② $14\,cm^2$　③ $18\,cm^2$

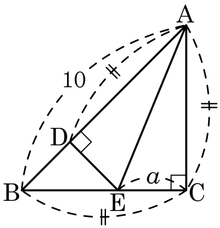
④ $22\,cm^2$　⑤ $26\,cm^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,cm$, 높이 $6\,cm$인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\,(cm^2)$이다.

39. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$ ② $a+2$ ③ $\dfrac{a+10}{2}$

④ $10-2a$ ⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

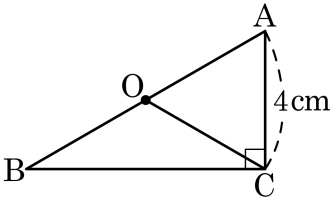
$\therefore \angle BAC = \angle B = 45°$

$\angle BDE = 90°, \angle B = 45°$ 이므로 $\angle BED = 180° - (90° + 45°) = 45°$

$\angle B = \angle BED$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{CE} = a$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - a$

40. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=12cm$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ 알 수 없다.

해설

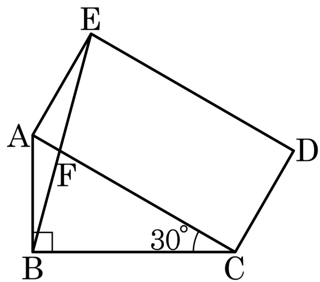
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12cm$ 이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4cm$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$

$\therefore\ \angle ABC=30°$

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30°　　② 32°　　③ 34°　　④ 36°　　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

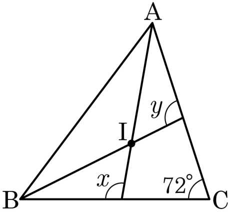
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

42. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

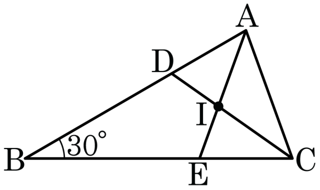


① 190 ° ② 191 ° ③ 192 ° ④ 194 ° ⑤ 198 °

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle$IAB $= \angle$IAC $= a$,
$\angle$ABI $= \angle$CBI $= b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

43. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

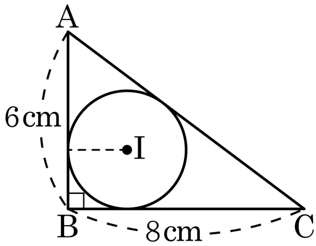
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

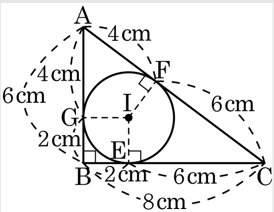
$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

44. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



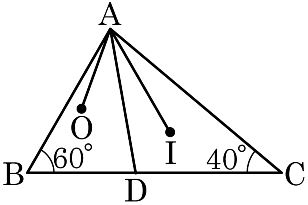
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?



① 18°　② 46°　③ 50°　④ 52°　⑤ 108°

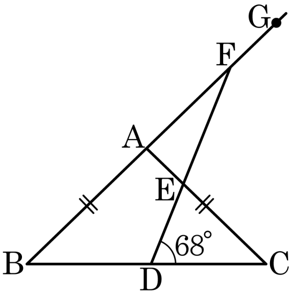
해설

$\angle DOA = 2\times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,

$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$

따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

46. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 68°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



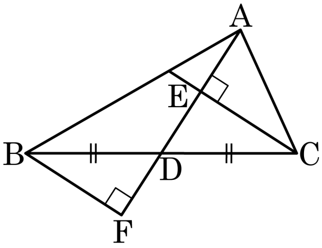
① 40° ② 44° ③ 48° ④ 52° ⑤ 56°

해설

$\angle C = 180° - 68° \times 2 = 44°$

$\angle B = \angle C = 44°$

47. $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\angle AEC = \angle AFB = 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{CD}$

② $\overline{BF} = \overline{CE}$

③ $\overline{DE} = \overline{DF}$

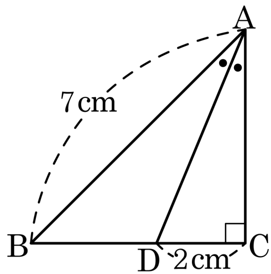
④ $\triangle BFD \equiv \triangle CED$

⑤ $\angle BAF = \angle ACE$

해설

$\triangle BFD \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)

48. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



① 5cm^2　② 6cm^2　③ 7cm^2　④ 8cm^2　⑤ 9cm^2

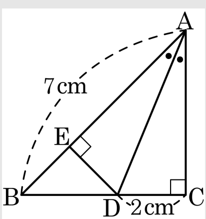
해설

오른쪽 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자

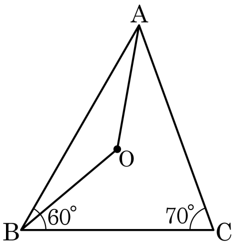
$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{DE} = \overline{DC} = 2(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$



49. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다 $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



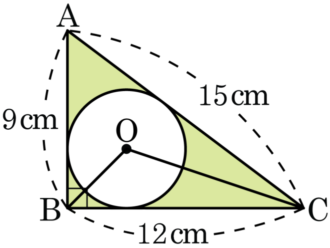
① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$

④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

삼각형 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle BAC$는 $50°$이다.
보조선 $\overline{OC}$를 긋고, $\angle OAC = a$, $\angle OCB = b$, $\angle OBA = c$라고 놓으면
$a + c = 50°$, $a + b = 70°$, $b + c = 60°$ 이므로
세 식을 전부 더하면 $2(a + b + c) = 180°$, $a + b + c = 90°$
그런데 $b + c = 60°$이므로 $a = 30°$이다.

50. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$

② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$

③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$

④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times9\times12$$

$\therefore r=3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$=\frac{1}{2}\times9\times12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$