1. 이차방정식 $x^2+ax+4=0$ 의 한 근이 $3-\sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a+b$ 의 값은?

① $3-\sqrt{5}$ ② $-3-\sqrt{5}$ ③ $3+\sqrt{5}$
④ $-3+\sqrt{5}$ ⑤ $-3-\sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b=3+\sqrt{5}$ 이므로
$-a=(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=6$
$\therefore a=-6$
$\therefore a+b=-3+\sqrt{5}$

2. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$
\begin{aligned}
&ax^2+bx+c=0\\
&x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}\\
&x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①\\
&(x+②)^2=③\\
&x=④\pm⑤
\end{aligned}
$$

① $\dfrac{b^2}{4a^2}$ ② $\dfrac{b}{2a}$ ③ $\dfrac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\dfrac{b}{2a}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.

$x^2+\dfrac{b}{a}x=-\dfrac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.

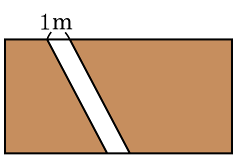
$x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{b^2}{4a^2}=-\dfrac{c}{a}+\dfrac{b^2}{4a^2}$

$\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\dfrac{b}{2a}=\pm\sqrt{\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}}$

$x=-\dfrac{b}{2a}\pm\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

3. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 $5\,\mathrm{m}$ 긴 직사각형 모양의 땅에 폭이 $1\,\mathrm{m}$인 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 $45\,\mathrm{m}^2$가 되었다. 이 땅의 세로의 길이는?



① $3\,\mathrm{m}$ ② $5\,\mathrm{m}$ ③ $7\,\mathrm{m}$ ④ $9\,\mathrm{m}$ ⑤ $11\,\mathrm{m}$

해설

세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$라 하면

$x(x+5)-x=45$

$x^2+4x-45=0$

$(x+9)(x-5)=0$

$\therefore\ x=5\ (\because\ x>0)$

4. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 하나의 중근을 갖는다.
③ 근은 존재하지 않는다.
④ 근의 개수는 무한하다.
⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,
$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

5. 이차방정식 $x^2-(k+2)x-3=0$ 의 두 근을 α, β라 할 때, $3(\alpha^2-k\alpha-3)(\beta^2-k\beta-3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2-(k+2)x-3=0$ 의 두 근이 α,β 이므로
$\alpha^2-k\alpha-2\alpha-3=0$ 에서, $\alpha^2-ka-3=2\alpha$
$\beta^2-k\beta-2\beta-3=0$ 에서, $\beta^2-k\beta-3=2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta=-3$
$\therefore 3(a^2-ka-3)(\beta^2-k\beta-3)=3\times 2\alpha\times 2\beta=-36$