1. 다음 중 무리수가 아닌 것은?

① $1.313131..$ ② $3.123123412345...$

③ π ④ $\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

① $1.313131.. = 1.3\dot{1}$(순환소수) 이므로 유리수이다.

2. $3x^2+7x-6=(x+3)(3x+\square)$ 에서 $\square$안에 알맞은 것은?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ -6

해설

$3x^2+7x-6=(x+3)(3x-2)$

3. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(0,\ 0)$ ② $(3,\ 0)$ ③ $(0,\ 3)$

④ $(0,\ 4)$ ⑤ $(0,\ 7)$

해설

$y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지나므로

$4=-\frac{1}{3}\times 3^2+a$, $a=7$

$y=-\frac{1}{3}x^2+7$, 꼭짓점은 $(0,\ 7)$ 이다.

4. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$ ② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$ ④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=\mathrm{A}$ 라고 하면

$(x+y)(x+y-1)-20$

$=\mathrm{A}(\mathrm{A}-1)-20$

$=\mathrm{A}^2-\mathrm{A}-20$

$=(\mathrm{A}-5)(\mathrm{A}+4)$

$=(x+y-5)(x+y+4)$

5. $xy-3y+x-3$ 을 인수분해하면 $(ax+b)(my+n)$ 일 때, $a+b+m+n$ 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 0　④ −1　⑤ −2

해설

$y(x-3)+(x-3)=(x-3)(y+1)$

$\therefore\ a+b+m+n=1-3+1+1=0$

6. x, y 가 다음과 같을 때, $\dfrac{x^2-y^2}{xy}$ 의 값은?

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1},\ y=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$$

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$$

$$y=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$$

따라서 $x+y=2\sqrt{2}$, $x-y=2$, $xy=1$ 이므로

$$\frac{x^2-y^2}{xy}=\frac{(x+y)(x-y)}{xy}=2\sqrt{2}\times 2=4\sqrt{2}$$

7. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12 ② -9 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$3x^2 + ax + 12 = 0$

$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0$, $(x+2)^2 = 0$

$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore \ a = 12$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(2,\ 6)$ 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x = 1,\ y = 3$ 을 대입하면
$3 = 2 + b + c,\ b + c = 1$ ····· ㉠
$x = 2$, $y = 6$ 을 대입하면
$6 = 8 + 2b + c,\ 2b + c = -2$ ····· ㉡
㉠,㉡을 연립하여 풀면 $b = -3$, $c = 4$ 이므로 $c-b = 4-(-3) = 7$ 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$
x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
$y = (x-1+1)^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$
따라서 최솟값은 -1 이다.

10. $8\sqrt{22}\times\sqrt{\dfrac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22}\times\sqrt{\frac{26}{11}}=8\sqrt{\frac{11\times2\times2\times13}{11}}=16\sqrt{13}$$

$\therefore a=16,\ b=13$

$\therefore a-b=16-13=3$

11. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ 6

④ 0 ⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}\\&=|3-2\sqrt{2}|-|2\sqrt{2}-3|\\&=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\\&=0\end{aligned}$$

12. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2 - 10 \times 3 + a = 0,\ a = 21$

$3^2 + b = 0,\ b = -9$

$\therefore\ a + b = 21 - 9 = 12$

13. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \dfrac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = \dfrac{5}{6}$, $\alpha\beta = \dfrac{a}{6}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \dfrac{25}{36} - \dfrac{a}{3} = \dfrac{13}{36}$

$\therefore a = 1$

14. 이차방정식 $x^2 - (a-1)x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x = \alpha$, $x = \beta$ 를 대입하면
$\alpha^2 - a\alpha + \alpha + 1 = 0$, $\alpha^2 - a\alpha + 1 = -\alpha$
$\beta^2 - a\beta + \beta + 1 = 0$, $\beta^2 - a\beta + 1 = -\beta$
$\therefore (\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 1$

15. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 (x<0) \\ 3x^2 (x\geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2,0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a,b) 라고 하면 $b>0$ 이므로 (△POA의 넓이) $=\frac{1}{2}\times 2\times b=$ 24 이다.
따라서 $b=24$ 이다.
P$(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a<0$ 일 때
$y=x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
$24=a^2,\ a=-2\sqrt{6}$
(ii) $a\geq 0$ 일 때
$y=3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
$24=3a^2,\ a=2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 P$(-2\sqrt{6},24)$ 또는 P$(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
$-2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=-8\sqrt{3}$ 이다.

16. $x>0$, $y<0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2}=x-y$

㉡ $\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}+\sqrt{(y-x)^2}=2x$

㉢ $\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}-\sqrt{(x-y)^2}=2y$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉡ ⑤ ㉠,㉢

해설

㉠ $x-y>0$, $\sqrt{(x-y)^2}=x-y$

㉡ $y-x<0$,

$\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}+\sqrt{(y-x)^2}$

$=x+(-y)-(y-x)=2x-2y$

㉢ $\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}-\sqrt{(x-y)^2}$

$=x-(-y)-(x-y)$

$=x+y-x+y=2y$

17. 실수 $x,\ k$에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2}+\sqrt{(x-k)^2}=2k$가 k의 값에 관계없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-k<x<k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2}+\sqrt{(x-k)^2}=2k$에서
$|x+k|+|x-k|=2k$가 되려면
$x+k>0,\ x-k<0$이다.
$\therefore -k<x<k$

18. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12 \\ &= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrl} 1 & \searrow\nearrow & -(3y-4) \rightarrow -6y+8 \\ 2 & & y-3 \rightarrow \underline{\quad y-3\ (+} \\ & & -5y+5 \end{array}$$

$$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$$

$a = -3,\ b = 4,\ c = 2,\ d = -3$

$\therefore\ ab - cd = -12 - (-6) = -6$

19. 함수 $y = x^2 - px$ 와 $y = -x^2 + px$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때, p 의 값을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

포물선의 축이 $x = \frac{p}{2}$ 이므로 직사각형은 직선 $x = \frac{p}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $t\left(t > \frac{p}{2}\right)$ 라 하면

가로의 길이는 $2 \times \left(t - \frac{p}{2}\right) = 2t - p$,

세로의 길이는 $(-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4\left(t - \frac{p+1}{2}\right)^2 + p^2 + 1$ 이다.

따라서 $t = \frac{p+1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은

$p^2 + 1 = 26$ 이므로 $p = 5$ 이다.

20. 권당 90000 원인 책을 100 권까지는 정가에 팔고, 101 권부터는 판매량이 1 권씩 증가할 때마다 200 원씩 할인해서 판다고 할 때, 총 판매금액이 최대가 될 때의 권당 판매 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 55000 원

해설

판매량을 x 권이라 하면

(1) $x \le 100$ 일 때

(총 판매 금액) $= 90000 \times x = 90000x$

따라서 $x = 100$ 일 때, 총 판매금액의 최댓값은 9000000 원이다.

(2) $x > 100$ 일 때

(판매가) $= 90000 - 200(x - 100) = 110000 - 200x$

$$\begin{aligned}(\text{총 판매 금액}) &= x(110000 - 200x) \\ &= -200x^2 + 110000x \\ &= -200(x - 275)^2 + 15125000\end{aligned}$$

따라서 판매권수가 $x = 275$ 일 때, 총 판매 금액의 최댓값은 15125000 원이다.

(1), (2)에 의하면 판매량이 275 권일 때, 총 판매금액이 15125000 원이고,

이때의 판매가는 한 권당 55000 원이다.