

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$$

3. 두 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $x = -3$

② $x = 0$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 9$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 3$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

4. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$$(x-3)^2=25$$

- ① 8 ② -8 ③ 2 ④ -2 ⑤ 5

해설

$$x-3=\pm\sqrt{25}, x=3\pm5$$

$$\therefore x=8 \text{ 또는 } x=-2$$

5. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

- ① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$ ② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 12x - 28 = 0$ 의 두 근의 합을 A , 두 근의 곱을 B 라 할 때, $2A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

근과 계수의 관계로부터

$$A = 12, B = -28$$

$$\therefore 2A - B = 52$$

7. 자연수 1에서 n 까지의 합을 구하는 식을 나타낸 것이다. 이 식을 이용하여 1 부터 까지를 더하면 그 합이 28 이라고 할 때, 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

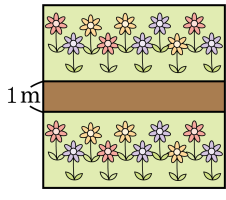
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 28 \text{ 이므로}$$
$$n^2 + n - 56 = 0$$
$$(n+8)(n-7) = 0$$
$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 7 (\because n > 0)$$

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m² 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

9. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

10. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$, $ak^2 + bk = -3$

$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$

11. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, \quad 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

12. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ 1

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 -2 이다.

13. 이차방정식 $4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 9$

해설

$4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 8 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 8) = 0 ,$$

$$1 - m + 8 = 0$$

$$\therefore m = 9$$

14. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$ 이 중근을 가질 때, 음수 k 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$x^2 - (k-2)x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x^2 \pm 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$k-2 = \pm 3$$

$$\therefore k = 5 \text{ 또는 } k = -1$$

15. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $-\frac{1}{3}kx^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 - 6x + 3 - k = 0$ 이 중근을 가지므로

$3 - k = 9$, $k = -6$ 이다.

$-\frac{1}{3}kx^2 - 6x + 4 = 0$ 에 $k = -6$ 을 대입하면

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$2(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 $1 \times 2 = 2$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

17. 이차방정식 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$(x+2)^2 = 2$$

$$(x+a)^2 = b$$

$$\therefore a = 2, b = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

18. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}x+4 &= \pm \sqrt{k} \\x &= -4 \pm \sqrt{k} \\(-4 + \sqrt{k})(-4 - \sqrt{k}) &= 13 \\16 - k &= 13 \\\therefore k &= 3\end{aligned}$$

19. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

- ① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$
- ② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$
- ③ $(x - 7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$
- ④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$
- ⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

- ① $3(x + 1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$
- ② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$
- ③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.
- ⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

20. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m + 6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

21. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

22. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

23. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

24. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$(x-3)^2 - 4(x-3) = 5$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x-3 &= t \text{로 치환하면 } t^2 - 4t - 5 = 0 \\ (t+1)(t-5) &= 0 \\ t &= 5 \text{ 또는 } t = -1 \\ \therefore x &= 8 \text{ 또는 } x = 2 \\ \therefore \alpha - \beta &= 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

25. $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 3) - 54 = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 라 하면, } X(X + 3) - 54 = 0$$

$$X^2 + 3X - 54 = (X - 6)(X + 9) = 0$$

$$X \geq 0 \text{ 이므로 } X = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6$$

26. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

27. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 중근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

28. 이차방정식 $x^2 - (k + 1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k + 1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

29. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 2$ 또는 $x = -5$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -7 ② -3 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(x-2)(x+5) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 3x - 10 &= 0, a = 3, b = -10 \\ \Rightarrow a + b &= -7\end{aligned}$$

30. 이차방정식 $x^2 - 6x - 16 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p^2 + 3pq + q^2$ 의 값 중 알맞은 것을 고르면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$x^2 - 6x - 16 = 0$ 의 두 근을 p, q 라면

$p + q = 6, pq = -16$

$$\begin{aligned} p^2 + 3pq + q^2 &= (p + q)^2 + pq \\ &= 6^2 - 16 \\ &= 36 - 16 = 20 \end{aligned}$$

31. 이차방정식 $x^2 + 4x + a^2 - 3a - 5 = 0$ 의 한 해가 $-2 + \sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 음의 유리수)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

한 근이 $-2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $-2 - \sqrt{5}$

근과 계수와의 관계에서

$$a^2 - 3a - 5 = (-2 + \sqrt{5})(-2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0, (a - 4)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (a < 0)$$

32. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 3x^2-9x+6=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0 \text{에서 } 3x^2-11x-4=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 x 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x=3$ 이다.

33. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 일 때, $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에 $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$ 대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 이다.

34. n 명 중에서 자격이 같은 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 가지이다. 어느 반에서 급식당번 2 명을 뽑는 경우의 수가 190 가지 일 때, 반 학생이 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 20명

해설

$\frac{n(n-1)}{2} = 190$ 이므로
 $n^2 - n - 380 = 0$ 이고,
 $(n+19)(n-20) = 0$ 이다.
따라서 $n = 20$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

35. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11 이다.

36. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

학생 수를 x 라 하면 빵의 수는 $x-2$ 가 된다.

$$x(x-2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x-8)(x+6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서 $x = 8$ ($x > 0$) 이 된다.

37. 지면에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2 초

▶ 정답 : 6 초

해설

$$60 = 40t - 5t^2$$

$$5t^2 - 40t + 60 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

38. 길이가 8cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 9가 되었다. 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① 2 cm ② 4 cm ③ 6 cm ④ 8 cm ⑤ 10 cm

해설

두 변의 길이를 x cm, $(8 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (8 - x)^2 = 1 : 9$$

$$9x^2 = (8 - x)^2$$

$$8x^2 + 16x - 64 = 0$$

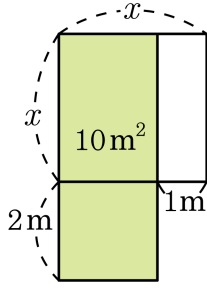
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

따라서 작은 변의 길이가 2 cm 이므로 큰 변의 길이는 6 cm 이다.

39. 정사각형 모양의 꽃밭을 가로는 1m 줄이고, 세로는 2m 늘였더니 넓이가 10m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.



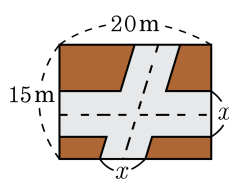
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

꽃밭의 한 변의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면
 $(x-1)(x+2)=10$
 $x^2+x-12=0$
 $(x+4)(x-3)=0$
 $x=-4$ 또는 $x=3$
 $\therefore x=3$ ($\because x>0$)

40. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$$\begin{aligned}(20 - x)(15 - x) &= 126 \\ x^2 - 35x + 174 &= 0 \\ (x - 6)(x - 29) &= 0 \\ x &= 29 \text{ 또는 } x = 6 \\ \therefore x &= 6 \quad (\because x < 15)\end{aligned}$$

41. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

42. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0, (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

43. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

44. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

- ① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m+3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

45. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

46. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

47. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

48. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$

49. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

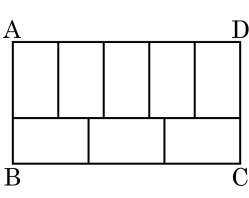
$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

50. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD를 8개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD의 넓이가 480cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 92 cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{480}{8} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{5}{3}x$ 이다.

$$\frac{5}{3}x \times x = 60, x^2 = 36, x = 6 (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 5x, \overline{AB} = \frac{5}{3}x + x = \frac{8}{3}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(5x + \frac{8}{3}x\right) \times 2 = \frac{46}{3}x = 92 (\text{cm})$ 이다.