

1. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$, $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0, x = -3, 1$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0, (x - 1)(x - 3) = 0, x = 3, 1$$

따라서 두 방정식의 공통인 해는 1 이다.

2. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$$

$$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$$

$$-3x^2 - 6x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-6)}{-3} = -2$ 이다.

3. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

4. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고

a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여

$p = 9, q = -9$ 이다.

$\therefore p + q = 0$

5. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$ 을 만족하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{vmatrix} x-2 & x+3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = -8x + 31$$

$$x(x-2) - 3(x+3) = -8x + 31$$

$$x^2 - 2x - 3x - 9 = -8x + 31$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x-5)(x+8) = 0$$

따라서 $x = 5$ 또는 $x = -8$ 이다.

따라서 x 의 값들의 합은 $5 + (-8) = -3$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$, $x = 2$ 를 대입하면

$$6 + a = 0, a = -6$$

$$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\therefore (-6) \times (-3) = 18$$

7. 이차방정식 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값과 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 의 다른 한 근의 값을 b 라 할 때, $a + 8b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

작은 근은 $x = -1$ 이므로 $ax^2 + 5x - 3 = 0$ 에 대입하면

$$a - 5 - 3 = 0, a = 8$$

$$8x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{8} \text{ 또는 } x = -1$$

$$\text{따라서 다른 한 근 } b = \frac{3}{8}$$

$$\text{따라서 } a + 8b = 8 + 8 \times \frac{3}{8} = 11$$

8. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x + 4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x + 2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x + 4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x + 2)(x + 6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

9. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = 1$ 을 갖는다고 할 때, a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 4$

② $a = 2, b = -4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -2$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

중근 1 을 가지려면

$$(x - 1)^2 = 0$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

10. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 1

해설

$$(x-2)^2 = 5, x-2 = \pm \sqrt{5}, x = 2 \pm \sqrt{5}$$

따라서 두 근의 곱은 $(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$ 이다.

11. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}$

② $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{2}$

④ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{2}$

⑤ $x = -3 \pm \sqrt{57}$

해설

양변에 6을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$2x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 48}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{4}\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$D = 4(m-1)^2 - 4(m^2 - 4) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = 0$$

$$-2m + 5 = 0$$

$$\therefore m = \frac{5}{2}$$

13. 이차방정식 $x^2 - (a+3)x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때,
 $(\alpha^2 - \alpha a - 4)(\beta^2 - a\beta - 4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha - 3\alpha - 4 = 0, \alpha^2 - a\alpha - 4 = 3\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta - 3\beta - 4 = 0, \beta^2 - a\beta - 4 = 3\beta$$

$$\begin{aligned} \therefore (\alpha^2 - a\alpha - 4)(\beta^2 - a\beta - 4) &= (3\alpha) \times (3\beta) \\ &= 9\alpha\beta = -36 \end{aligned}$$

14. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$$\therefore x = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.