

1. 두 조건 $p : 2 < x \leq 4$, $q : x < a + 1$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.



답: _____

2. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.



답:

조건

3. 자연수 n 에 대하여 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$ 로 정의된다. 예를 들어, $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이다. 전체집합 $U = \{x \mid x = n! \text{ (} n, x \text{는 자연수)}\}$ 에서 두 조건 p, q 가 각각 p : 일의 자리가 0 인수, q : 자리수가 네 자리 이상인 수 일 때, 조건 ' p 이고 $\sim q$ '를 만족하는 집합의 원소의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

4. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

⑤ $a \leq -1$

5. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

6. 다음은 명제 ‘정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우인 ‘정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.’가 참임을 증명해 보자.

x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면,

x, y, z 는 각각 $x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$ (l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.

이때,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (\text{나}) \\ &= (\text{다}) \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l - m) + 2 \end{aligned}$$

한편,

$$z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서, $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.

그러므로 주어진 명제 ‘ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’는 (마)이다.

- ① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$
- ② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$
- ③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$
- ④ (라) 참
- ⑤ (마) 참

7. 학생 수가 50 명인 학급에서 생일을 조사하였을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 5 명 이상의 생일이 있는 달이 있다.

㉡ 모든 달에 생일이 있다.

㉢ 8 명 이상의 생일이 있는 요일이 있다.

㉣ 생일이 같은 학생이 존재한다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

8. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이나 충분조건은 아닌 것을 고르면?
(단, n 은 자연수, x, y, z 는 실수)

① $p : A \cup B = A, q : B - A = \phi$

② $p : n^2$ 은 12 의 배수이다., $q : n$ 은 12 의 배수이다.

③ $p : xyz \neq 0, q : x, y, z$ 는 모두 0 이 아니다.

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0, q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$

⑤ $p : |x + y + z| = |x| + |y| + |z|, q : xy + yz + zx > 0$

9. 다음 중 거짓인 명제는? (단 x, y, z, a, b 는 실수이다.)

① 둘레의 길이가 일정한 직사각형 중에서 넓이가 최대인 것은 정사각형이다.

② $xy + yz + zx = 1$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$

③ a, b, c 가 양수일 때, $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$

④ $a \geq b \geq 0$ 이면 $\sqrt{a} - \sqrt{b} \leq \sqrt{a-b}$

⑤ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$

10. x 가 실수일 때, $\frac{x^2 - x + 1}{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2}$ 의 최댓값은?

① $-\frac{3}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 2

11. 공항에서 출국시에 통과되지 않은 물건을 소유하고 있을 때는 경고음이 울리게 되어 있다. 1건 적발될 때마다 출국 심사 시간은 x 분씩 늘어나며 y 명의 사람들이 심사를 받기 위해 줄을 서서 기다리고 있다. 기본 심사 시간은 한 사람 당 2분이며 10건이 적발되었다고 할 때, 1시간 이내에 심사를 마치기 위한 xy 의 최댓값을 구하여라.



답: _____

12. 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프 위의 한 점 P에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, 사각형 OQPR의 둘레의 길이의 최소값은?
(단, $x > 0$, O는 원점)

① $6\sqrt{2}$

② $4\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{6}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$