1. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

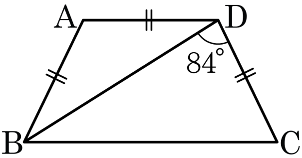
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

2. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______°

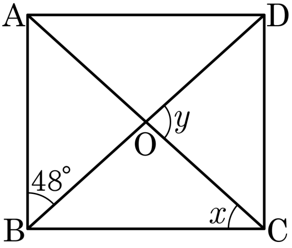
▷ 정답: 64°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$ 이므로, $\angle C = 64°$

3. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 를 구하면?



① 42° ② 84° ③ 90° ④ 126° ⑤ 134°

해설

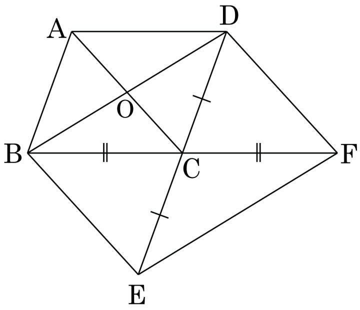
정사각형의 한 내각의 크기는 90° , 대각선의 길이가 같으므로

$\overline{OB} = \overline{OC}$

$\angle x = 90° - 48° = 42°$, $\angle y = 2\angle x = 84°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 126°$

4. □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CF}$, $\overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 $5\,cm^2$ 일 때, □BEFD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $40\,cm^2$

해설

$\triangle AOD = \frac{1}{4} \times$ □ABCD 이므로

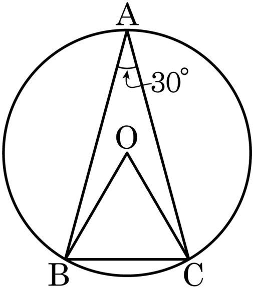
$\triangle BCD = 2 \times \triangle AOD = 2 \times 5 = 10(cm^2)$

□BEFD $= 4 \times \triangle BCD$

$= 4 \times 10$

$= 40(cm^2)$

5. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

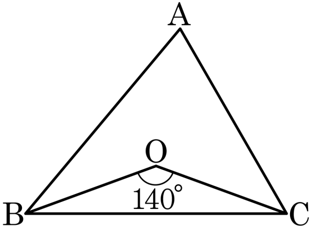


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\angle BOC = 140°$일 때, $\angle BAC$를 구하여라.



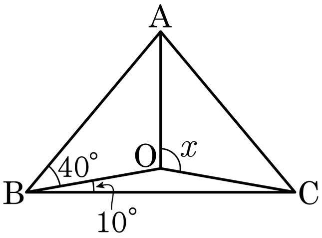
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$$\angle BAC = \angle BOC \times \frac{1}{2} = 140 \times \frac{1}{2} = 70°$$

7. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



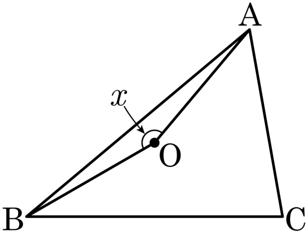
▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad}^\circ$

▷ **정답 :** $100\,\underline{^\circ}$

해설

$\angle x = 50^\circ \times 2 = 100^\circ$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

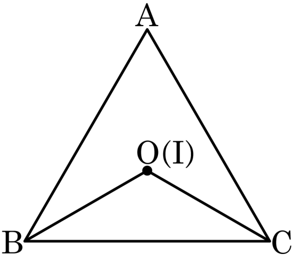
▷ 정답 : 160 °

해설

$$\angle C = 180° \times \frac{4}{2+3+4} = 80°$$

$$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$　② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$　④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

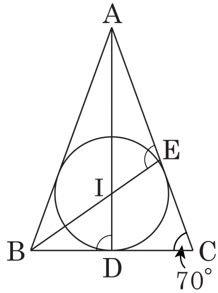
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60°$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

점 I가 내심이므로

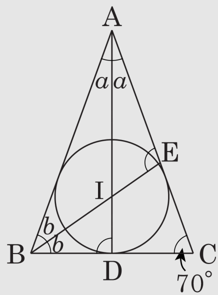
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,

$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면

$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$2(\angle a + \angle b) = 110°$

$\therefore \ \angle a + \angle b = 55°$

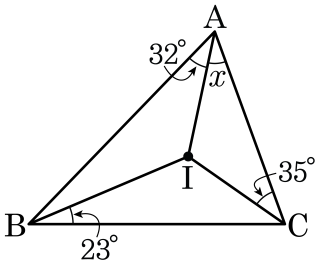


삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로

$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore \ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\qquad)^\circ$ 이다. (　　　) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



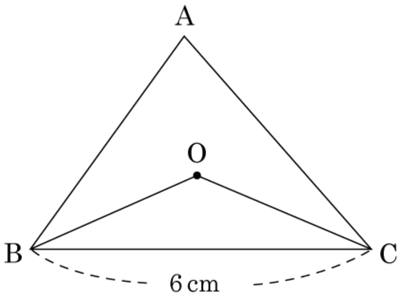
▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32^\circ$이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



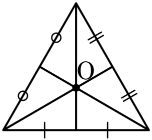
▶ 답 :

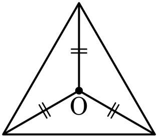
▷ 정답 : 16π

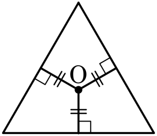
해설

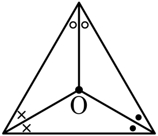
$\triangle OBC$의 둘레의 길이가 $14\,\text{cm}$이고
$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{OB} = \overline{OC} = 4\,\text{cm}$
따라서 외접원의 반지름의 길이는 $4\,\text{cm}$이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$이다.

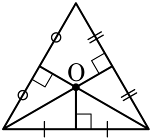
13. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


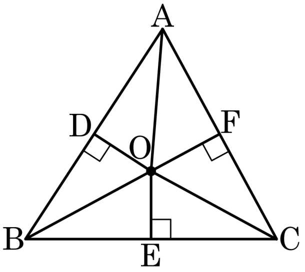
⑤


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

14. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

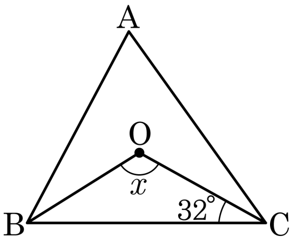
④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



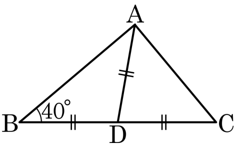
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 116 °

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180° - 2 \times 32° = 116°$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이고 $\angle B=40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 75° ② 80° ③ 85° ④ 90° ⑤ 95°

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 40°$

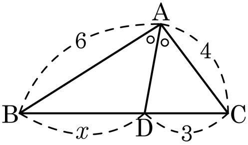
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

17. 다음 그림의 선분 AD 가 ∠A 의 이등분선일 때, x 값은? (단, $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=4$, $\overline{DC}=3$)



① 4　② 5　③ 6

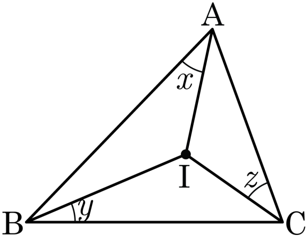
④ $\frac{9}{3}$　⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$ 에서 $6:4=x:3$

$\therefore x=\frac{9}{2}$

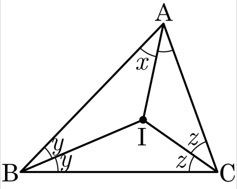
18. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)°$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

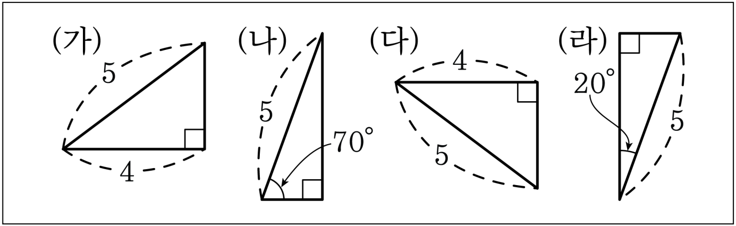
해설



$2(x+y+z) = 180°$

$\therefore\ x+y+z = 90°$

19. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



① (가)와 (라)　　② (가)와 (다)　　③ (나)와 (라)

④ (가)와 (나)　　⑤ (나)와 (다)

해설

(가)와 (다) $\Rightarrow$ RHS 합동

(나)와 (라) $\Rightarrow$ RHA 합동

20. 평행사변형이 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
조건2 : 대각선의 길이가 같다.

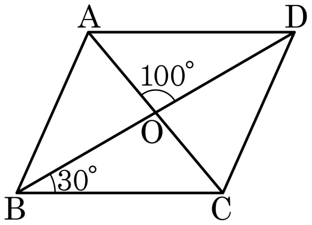
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다.
대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.
두 조건을 종합하면 정사각형이 된다.

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{AOD} = 100°, \angle \mathrm{DBC} = 30°$ 일 때, $\angle \mathrm{OAD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ $\underline{°}$

▷ 정답 : 50 $\underline{°}$

해설

$\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{OBC}$(엇각)

$\triangle \mathrm{ADO}$ 에서

$\angle \mathrm{DAO} = 180° - (100° + 30°) = 50°$

22. 다음은 평행사변형의 성질을 나타낸 것이다. $\boxed{}$안에 알맞은 말은?

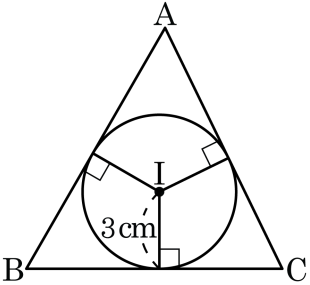
두 쌍의 $\boxed{}$의 길이는 각각 같다.

① 대각선
② 대변
③ 대각
④ 빗변

해설

평행사변형의 성질 : ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

23. 다음 그림에서 반지름의 길이가 3cm 인 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$ cm

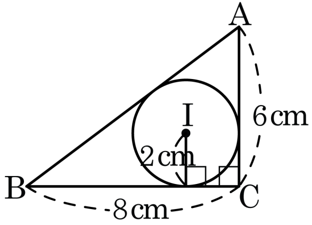
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로, 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 3 = 20$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \frac{40}{3}(\mathrm{cm})$$

24. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, △ABC 는 직각삼각형일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

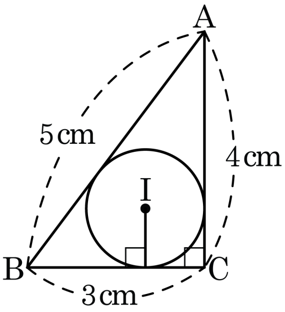
▷ 정답 : 24 cm

해설

△ABC 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ (△ABC의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

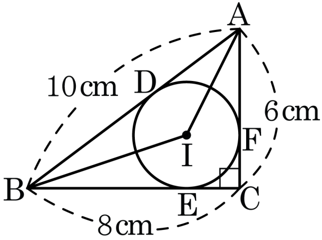
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$

이다.

26. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① $4cm^2$　② $6cm^2$　③ $8cm^2$
④ $10cm^2$　⑤ $12cm^2$

해설

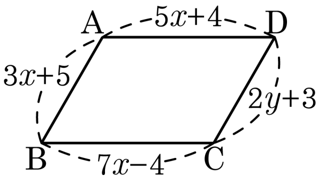
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6$$
$$= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)$$
$$= 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$

27. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 정하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 7$

해설

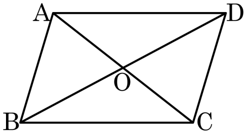
$\overline{AD} = \overline{BC},\ \overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$5x + 4 = 7x - 4,\ 2x = 8\ \ \therefore x = 4$

$3x + 5 = 2y + 3$

$12 + 5 = 2y + 3,\ 2y = 14\ \ \therefore y = 7$

28. 다음 그림의 □ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 130^\circ$

㉡ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = 7\,\text{cm}$

㉣ $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, $\angle D = 70^\circ$

㉤ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
(단, O는 두 대각선의 교점이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

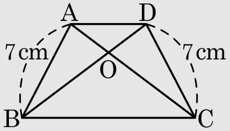
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

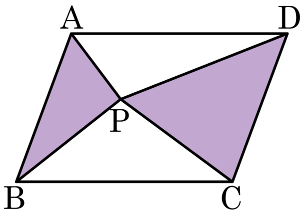
해설

㉠ 사각형의 내각의 합은 360°이므로 $\angle D = 50^\circ$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉡ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
㉢ (반례) 등변사다리꼴



㉣ 사각형의 내각의 합은 360°이므로 $\angle C = 110^\circ$이다.
두 쌍의 대각의 크기가 같지 않으므로 평행사변형이 되지 않는다.
㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

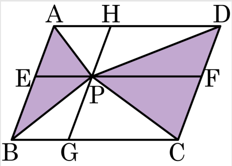
29. 다음 그림과 같은 평행사변형 □ABCD 의 넓이가 52cm^2 일 때, □ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 $\triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $26\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

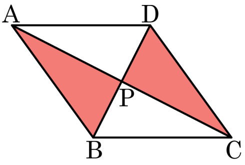


점 P 를 지나고 $\overline{\text{AD}}, \overline{\text{AB}}$ 에 평행한 직선 $\overline{\text{EF}}, \overline{\text{HG}}$ 를 그으면 □AEPH , □EBGP , □PGCF , □HPFD 는 모두 평행사변형이다.

$\triangle\text{ABP}+\triangle\text{PCD} = \triangle\text{APD}+\triangle\text{PBC}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore \triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP} = 52 \times \frac{1}{2} = 26(\text{cm}^2)$

30. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 70cm^2 일 때, $\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC}$ 의 넓이를 구하여라.



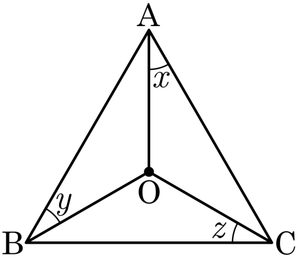
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $35\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{DPC} = \square\text{ABCD} \times \frac{1}{2}$$
$$= 70 \times \frac{1}{2} = 35(\text{cm}^2)$$

31. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $x+\ y+\ z$ 의 크기는?



① $30°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $120°$ ⑤ $130°$

해설

$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OCB = \angle OBC$
$\angle OAB = \angle OBA$
즉, $\triangle ABC$ 의 내각의 합은 $2x+2y+2z=180°$ 이므로
$x+y+z=90°$ 이다.