

1. 실수 전체의 집합의 부분집합  $A$ 가 ' $x \in A$ 이면  $\frac{1}{3}x \in A$ 이다. (단,  $A \neq \emptyset$ )'를 만족할 때, 다음 설명 중 항상 옳은 것은?
- ① 모든 집합  $A$ 는 무한집합이다.
  - ② 모든 집합  $A$ 는 유한집합이다.
  - ③ 집합  $A$ 중에서 유한집합은  $\{0\}$  뿐이다.
  - ④  $3 \in A$  이면  $A$ 는 유한집합이다.
  - ⑤  $a \in A, b \in A$  이면  $a+b \in A$ 이다.

**해설**

$x \in A$  일 때  $\frac{1}{3}x \in A$  이므로 다음의 세 가지 경우를 생각할 수 있다.

(i)  $x \neq 0$  일 때,  $A = \left\{x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \frac{1}{27}x, \dots\right\}$  이므로  $A$ 는 무한 집합이다.

(ii)  $x = 0$  일 때,  
 $A = \{0\}$  이므로  $A$ 는 유한집합이다.

(iii) 위의 두 경우를 합하면  
 $A = \left\{0, x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \dots\right\}$ 가 되어 무한집합이다.

따라서 ③에서  $A$ 가 유한집합이면 그 원소는 오직 0 뿐이다.

2. 집합  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

①  $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$

②  $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

③  $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$

④  $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$

⑤  $A = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \text{인 정수}\}$

해설

④  $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$  등 무수히 많은 원소가 있다.

3. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?

①  $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$

②  $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$

③  $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$

④  $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$

⑤  $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

①  $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$  무한집합

②  $\emptyset \Rightarrow$  유한집합

③ 무한집합

④  $\{3, 4\} \Rightarrow$  유한집합

⑤  $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$  무한집합

4. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$  일 때,  $n(B) - n(A)$  를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

5. 집합  $A_{15} = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$ , 집합  $A_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 배수}\}$  라고 할 때,  $A_{15} \subset A_b$  를 만족하게 하는 자연수  $b$  를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 15

해설

15의 약수인 1, 3, 5, 15가 들어갈 수 있다.

6. 두 집합  $A = \{3, 7, y\}$ ,  $B = \{5, y+2, x\}$ 에 대하여  $A \subset B$ 이고  $B \subset A$ 일 때,  $y-x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A \subset B$ 이고  $B \subset A$ 는  $A = B$ 이다. 집합  $A, B$ 의 모든 원소가 같아야 하므로  $y = 5$ 이고, 다시 집합  $B$ 를 원소나열법으로 나타내면  $B = \{5, 7, x\}$ 이고  $x = 3$ 이다. 따라서  $y - x = 5 - 3 = 2$ 이다.

7. 집합  $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2(n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

- ① 8 개    ② 16 개    ③ 24 개    ④ 32 개    ⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$  (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로  $2^3 = 8$  (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

8. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

집합  $A$ 의 원소의 개수가  $n$  개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는  $2^{n-3}$  개이다.

$$2^{n-3} = 32, \quad 2^{n-3} = 2^5$$

$$n-3 = 5 \text{ 이므로 } n = 8$$

9. 자연수를 원소로 하는 두 집합  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ ,  $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다.  $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합  $A$ 의 원소의 합이 32,  $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합  $B$ 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합  $A$ 의 원소의 합을 빼고,  
 $A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면  
집합  $B$ 의 원소의 합이 되므로, 집합  $B$ 의 원소의 합은 50이다.  
집합  $A$ 의 원소의 합이  
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,  
 $B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로  
집합  $B$ 의 원소의 합은  
 $a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$   
 $32 + 6b = 50$  이므로  $b = 3$ 이 된다.  
교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합  $A$ 와  $B$ 의 원소이므로 각각 3을  
더한 7, 10, 12도 집합  $B$ 의 원소가 된다.  
또 집합  $B$ 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.  
 $\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

10. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $B = \{5, 9, 14\}$  이고  $A \cap X = X$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$  를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

①  $X \subset A$

②  $X \subset (A \cap B)$

③  $\{5, 9\} \subset X$

④  $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤  $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$  일 때  $X \subset A$  이고  $(A \cap B) \cup X = X$  이면  $(A \cap B) \subset X$  를 만족한다.

②  $(A \cap B) \subset X$  이므로 옳지 않다.

③  $A \cap B = \{5, 9\}$  이므로  $\{5, 9\} \subset X$  이다.

⑤  $(A \cap B) \subset X \subset A$  이지만  $X \subset B$  라고 할 수 없기 때문에  $(A \cap B) \subset X \subset B$  이라고 할 수 없다.

11. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ 에 대하여  $A \cap X = X$ ,  $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수는?

- ① 4개    ② 6개    ③ 8개    ④ 12개    ⑤ 16개

해설

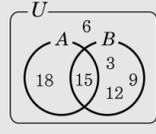
집합  $X$ 는 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합  $A$ 의 부분집합이다.  
 $\therefore n(X) = 2^{5-2} = 2^3 = 8$  (개)

12. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A^c \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ,  $B - A = \{3, 9, 12\}$ ,  $A^c \cap B^c = \{6\}$  일 때,  $n(A)$  는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$  이다.  
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로  $A = \{15, 18\}$  이다.  
 따라서  $n(A) = 2$  이다.



13. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \emptyset$  일 때,  $A = \{1, 2, 3, 6\}$  이라면 집합  $B$  로 알맞지 않은 것은?

①  $B = \{1, 2, 3, 6, 8\}$

②  $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$

③  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

④  $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

⑤  $B = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \emptyset$  이면 집합  $A$  의 모든 원소는 집합  $B$  에 속한다.

14. 두 집합  $A = \{3, a+1, 9\}$ ,  $B = \{a-1, a, a+3\}$ 에 대하여  $A-B = \{5, 9\}$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A-B = \{5, 9\}$ 이므로  $5 \in A$ 이다.

$$a+1=5$$

$$\therefore a=4$$

15. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $B = \{1, 3, 5, 9\}$ ,  $A$  에 대하여 집합  $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 3, 9, 10\}$  를 만족하는 집합  $A$  는?

- ①  $\{2, 5\}$                       ②  $\{5, 7\}$                       ③  $\{5, 10\}$   
④  $\{5, 7, 9\}$                     ⑤  $\{5, 9, 10\}$

**해설**

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  ,  $B = \{1, 3, 5, 9\}$  ,  $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 9, 10\}$  이므로  $A \cap B = \{5\}$  이다.  
따라서 집합  $A = \{5, 10\}$  이다.

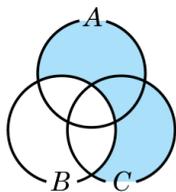
16.  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $A \cup X = A$ ,  $(A - B) \cap X = A - B$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수는?

- ① 4개    ② 8개    ③ 16개    ④ 32개    ⑤ 64개

해설

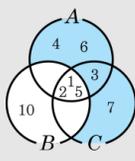
$A \cup X = A$ 이므로  $X \subset A$ 이고  $(A - B) \cap X = A - B$ 이므로  $(A - B) \subset X$ 이다.  $\therefore (A - B) \subset X \subset A$   
 $A - B = \{6, 8, 10\}$ 이므로 집합  $X$ 는 6, 8, 10을 반드시 포함하는  $A$ 의 부분집합이다.  
따라서  $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)이다.

17. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ①  $(A \cap B) - C$       ②  $(A \cap C) - B$       ③  $(A \cup B) - C$   
④  $(A \cup C) - B$       ⑤  $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면  $(A \cup C) - B$ 이다.

18. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 30$ ,  $n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 21$ ,  $n(A \cup B) = 25$  일 때,  $n(A^c \cup B^c)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B)$  이므로  
 $n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 21$  이고  $n(A \cup B) = 25$  이면  $n(A \cap B) = 4$  이다.  
 $\therefore n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = 30 - 4 = 26$

19. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $n(A-B) = 20$ ,  $n(A^c \cap B) = 12$ ,  $n(A \cup B) = 48$  일 때,  $n(A \cap B)$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$A^c \cap B = B - A$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(A^c \cap B)$$

$$48 = 20 + n(A \cap B) + 12$$

$$\therefore n(A \cap B) = 16$$

20. 축구공을 가지고 있는 학생은 15 명, 농구공을 가지고 있는 학생은 10 명, 둘 다 가지고 있는 학생이 3 명일 때, 축구공 또는 농구공을 가지고 있는 학생은 몇 명인가?

① 21 명    ② 22 명    ③ 23 명    ④ 24 명    ⑤ 25 명

해설

축구공을 갖고 있는 학생과 농구공을 갖고 있는 학생의 집합을 각각  $A$ ,  $B$  라 하면, 둘 다 가지고 있는 학생의 집합은  $A \cap B$  이다.  
 $n(A) = 15$ ,  $n(B) = 10$ ,  $n(A \cap B) = 3$   
 $n(A \cup B) = 15 + 10 - 3 = 22$