1. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
$A = \{12,\ 24,\ 36,\ \cdots\}$ 이므로
$B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$ 의 $\square$에는 12 의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6 이고, 가장 큰 자연수는 6 이다.

2. 집합 $A=\{x \mid x$는 $4 \leq x \leq 8$ 인 자연수$\}$의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3 개 인 부분집합의 개수를 구하여라.

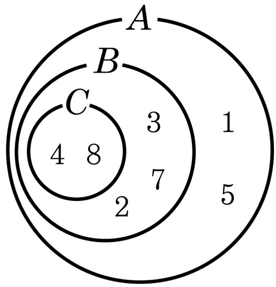
▶ 답 : ____개

▷ 정답 : 10 개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개 인 부분집합은 $\{4, 5, 6\}$, $\{4, 5, 7\}$, $\{4, 5, 8\}$, $\{4, 6, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{4, 7, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{5, 6, 8\}$, $\{5, 7, 8\}$, $\{6, 7, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 10 이다.

3. 다음 벤 다이어그램을 보고, $C \subset X \subset A$를 만족하는 집합 X가 될 수 있는 것을 다음 중 찾고 집합 앞에 있는 단어를 이용해서 단어를 만들어라.



(구) $\{1, 2, 8\}$
(부) $\{3, 4, 8\}$
(수) $\{3, 5, 8\}$
(학) $\{1, 4, 6, 7\}$
(분) $\{4, 5, 7, 8\}$
(합) $\{2, 3, 4, 8\}$
(집) $\{2, 4, 7, 8\}$
(직) $\{1, 2, 3, 6, 8\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 부분집합

해설

집합 C와 집합 A를 원소 나열법으로 각각 나타내면 $C = \{4, 8\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. $C \subset X \subset A$를 만족하는 집합 X는 집합 A의 부분집합 중 원소 4, 8을 반드시 포함하는 부분집합 이다. 따라서 집합 X가 될 수 있는 집합은 $\{3, 4, 8\}, \{4, 5, 7, 8\}, \{2, 3, 4, 8\}, \{2, 4, 7, 8\}$이고 만들 수 있는 단어는 '부분집합' 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 20 이하의 홀수 $\}$의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 <u>않는</u> 부분집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots,\ 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{10-2-7} = 2^1 = 2$ (개)

5. 집합 $A = \{x \mid x$는 9보다 작은 자연수$\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라.

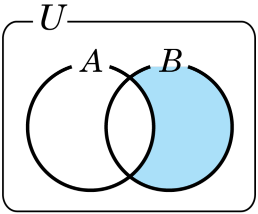
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 15 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$
짝수를 제외한 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 : $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$
원소가 2 개인 부분집합 : $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 5\}$, $\{1,\ 7\}$, $\{3,\ 5\}$, $\{3,\ 7\}$, $\{5,\ 7\}$
원소가 3 개인 부분집합 : $\{1,\ 3,\ 5\}$, $\{1,\ 3,\ 7\}$, $\{1,\ 5,\ 7\}$, $\{3,\ 5,\ 7\}$
원소가 4 개인 부분집합 : $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$
이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 홀수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합이 아니다.
따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 갯수는 15 개이다.

6. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?

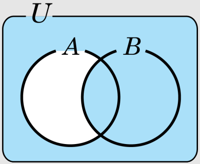


① $B-A$ ② $A^c \cap B$ ③ $A^c \cup B$

④ $B-(A\cap B)$ ⑤ $(A\cup B)-A$

해설

③ $A^C \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



7. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기 중에서 옳은 문제의 번호를 모두 찾아 다음 그림판에서 색칠하면 태봉이가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수는 무엇인지 구하여라.

4	6	3
5	1	2
6	4	2
4	5	1
6	3	4

보기

① $A \cup A^c = \varnothing$ ② $A \cap A^c = \varnothing$

③ $(A^c)^c = A$ ④ $U - A = A^c$

⑤ $A - B = A \cup B^c$ ⑥ $B - A = B \cap A^c$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

① $A \cup A^c = U$

⑤ $A - B = A \cap B^c$

옳은 것은 ②, ③, ④, ⑥으로 그림판에 색칠하면 다음 그림과 같다.

따라서 태봉이가 제일 좋아하는 숫자는 2이다.

4	6	3
5	1	2
6	4	2
4	5	1
6	3	4

8. 자연수 범위에서 정의된 두 집합 $A = \{2,\ 3,\ a^2+4\}$, $B = \{a+1,\ 4,\ 2a+3\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2,\ 5\}$ 가 되도록 하는 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$A \cap B = \{2,\ 5\}$ 이어야 하므로 집합 A 에서 $a^2+4 = 5$ $\quad \therefore a = \pm 1$

(i) $a = 1$ 일 때, $A = \{2,\ 3,\ 5\}$, $B = \{2,\ 4,\ 5\}$

$A \cap B = \{2,\ 5\}$

(ii) $a = -1$ 일 때,

$A = \{2,\ 3,\ 5\}$, $B = \{0,\ 1,\ 4\}$

$A \cap B = \varnothing$

$\therefore a = 1$

9. 자연수 k의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k라 할때, $(A_4 \cap A_6) \supset A_k$인 k의 최솟값을 a라 하고 $(A_8 \cup A_{12}) \subset A_k$인 k의 최댓값을 b라 할 때 $a+b$의 값은?

① 16 ② 20 ③ 10 ④ 15 ⑤ 27

해설

$(A_4 \cap A_6) \supset A_k$ 인 k 는 4 와 6 의 공배수이므로 k 의 최솟값은 4 와 6 의 최소공배수 12 이다. $(A_8 \cup A_{12}) \subset A_k$ 인 k 는 8 과 12 의 공약수이므로 k 의 최댓값은 8과 12 의 최대공약수 4이다.

$\therefore$ 최솟값 a는 12 이고 최댓값 b는 4이므로 $a+b=12+4=16$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A * B = B * A$

② $A * \phi = A^c$

③ $A * U = U$

④ $A * A^c = \phi$

⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

③ $A * U = (A \cap U) \cup (A \cup U)^c$

$= A \cup U^c = A \cup \phi = A$

11. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15명, 누나가 있는 학생이 10명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5명이다. 형이나 누나가 있는 학생 수는?

① 10명 ② 15명 ③ 20명 ④ 25명 ⑤ 30명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$

누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$

형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 5$

형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B)\\ &= 15 + 10 - 5 = 20(\text{명})\end{aligned}$$

12. 다음 중 참인 명제의 개수는?

(가) 6 의 배수는 2 의 배수이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같으면 합동이다.
(다) 소수는 모두 홀수이다.
(라) 평행사변형은 정사각형이다.
(마) 홀수의 집합은 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
(바) 얼마나 아름다운 풍경인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

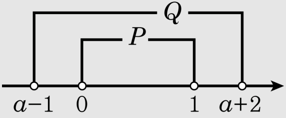
해설

(가) 6 의 배수의 집합은 2 의 배수의 집합에 포함되므로 참이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같아도 형태가 다를 수 있으므로 꼭 합동이 되지만은 않는다.
(다) 소수에는 2도 포함되므로 짝수도 있다.
(라) 정사각형의 집합이 평행사변형의 집합의 진부분집합이므로 거짓이다.
(마) 예를 들어 $3 + 5 = 8$ 즉, 짝수가 나오므로 닫혀있지 않다.
(바) 명제가 성립되지 않는다. ($\because$ 참, 거짓을 구분할 수 없다.)

13. 명제 '$0 < x \le 1$ 이면 $a-1 < x < a+2$ 이다.' 가 참이 되도록 하는 a의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < a < 1$　② $-1 < a < 0$　③ $-1 < a < 1$
④ $-1 < a \le 1$　⑤ $0 < a \le 2$

해설



$p : 0 < x \le 1$, $q : a-1 < x < a+2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a-1 \le 0$, $a+2 > 1$

$a \le 1$, $a > -1$

$\therefore \ -1 < a \le 1$

14. 세 명제 $\sim p \to q, q \to \sim r$ 가 참이고, 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \subset Q$ ② $R \subset Q^c$ ③ $R \cup P^c = R$

④ $P \subset R$ ⑤ $R \cap Q = R$

해설

$\sim p \to q, q \to \sim r$ 가 참이므로

$\sim p \to q \to \sim r$ 에서 $P^c \subset Q \subset R^c$ 이다.

① $P \not\subset Q$

② $Q \subset R^c$ 이므로 $R \subset Q^c$

③ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \cup P^c \neq R$

④ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \subset P$

⑤ $Q \subset R^c$ 에서 $R \subset Q^c$ 이므로 $R \cap Q \neq R$

15. 우성, 동건, 정재는 전교 3등 안에 드는 학생들이다.

㉠ 우성 : 나는 전교 1등이 아니야
㉡ 동건 : 나는 2등이 아니야.
㉢ 정재 : 나는 2등이야.

위의 주장 중 하나만 참이라 할 때, 전교1, 2, 3등을 차례대로 적으면?

① 동건, 정재, 우성

② 정재, 동건, 우성

③ 우성, 동건, 정재

④ 정재, 우성, 동건

⑤ 동건, 우성, 정재

해설

우성이의 주장이 참이라고 가정하면, 동건이와 정재의 주장은 거짓이 된다.
따라서, 우성-전교 1등이 아님, 동건-전교 2등, 정재-전교 2등이 아니다.
이상에서 우성이는 전교 1등이 아닌데, 동건이가 2등이므로 당연히 3등이 되고, 남은 정재가 전교 1등이 된다. 즉, 모순이 없으므로 정재, 동건, 우성이 각각 1, 2, 3 등이다.(동건의 주장이 참이라면 우성, 정재가 거짓이 되는데, 이 경우 정재가 2등이 되어 참을 말한 것이 되므로 모순이다. 또한, 정재가 참이라면 우성, 동건이 거짓이 되어야 하는데, 동건이가 참을 말한 결과가 되므로 모순이다.)

16. 조건 p는 조건 q이기 위한 어떤 조건인지 차례대로 바르게 나열한 것은? (단, x, y, z는 실수)

ㄱ p : $x^2 + y^2 > 0$, q : $x \neq 0$, $y \neq 0$

ㄴ p : $x + z > y + z$, q : $x > y$

① ㄱ 필요조건 ㄴ 충분조건

② ㄱ 충분조건 ㄴ 필요조건

③ ㄱ 충분조건 ㄴ 필요충분조건

④ ㄱ 필요충분조건 ㄴ 필요충분조건

⑤ ㄱ 필요조건 ㄴ 필요충분조건

해설

ㄱ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.
ㄴ 주어진 명제와 역 모두 참이다.

17. 두 조건 p, q에 대하여 $\sim q$는 p이기 위한 필요조건이다. 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, U는 전체집합이다.)

① $P \cap Q = \varnothing$　　② $P \cup Q = U$　　③ $P \subset Q$

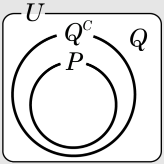
④ $Q \subset P$　　⑤ $Q^c = P$

해설

$P \subset Q^c \Rightarrow P - Q^c = \varnothing \Rightarrow P \cap (Q^c)^c = \varnothing$

$\therefore P \cap Q = \varnothing$

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



18. 다음은 $x > 0$일 때, $x + \frac{1}{x} \geq 2$임을 증명한 것이다.

$x > 0$이면 (가) > 0 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여 $\frac{1}{2}$(나) $\geq$ (다)이므로 $\frac{1}{2}$(나) ≥ 1이다. 즉, 등호가 성립하는 것은 $x =$ (가)$(x > 0)$ 일 때 이므로 $\therefore x = 1$

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 적으면?

① $x,\ \frac{1}{x},\ x + \frac{1}{x}$

② $x,\ \frac{1}{x},\ 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$

③ $x,\ x + \frac{1}{x},\ 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$

④ $\frac{1}{x},\ x + \frac{1}{x},\ \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}}$

⑤ $\frac{1}{x},\ 2\left(x + \frac{1}{x}\right),\ \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}}$

해설

산술평균과 기하평균의 관계에 의해

$$\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) \geq \sqrt{x \cdot \frac{1}{x}}$$

19. 집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 다음 보기 중 함수 $f:X\to X$로 가능한 것의 개수는 몇 개인가?

보기

㉠ $f(x)=-x$　　㉡ $f(x)=x^2$　　㉢ $f(x)=|x|$

㉣ $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　㉤ $f(x)=\sqrt{x}$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉠ $f(x)=-x$에서 $f(-1)=1\in X,\ f(0)=0\in X,\ f(1)=-1\in X$
따라서 함수이다.

㉡ $f(x)=x^2$에서 $f(-1)=1\in X,\ f(0)=0\in X,\ f(1)=1\in X$
따라서 함수이다.

㉢ $f(x)=|x|$ 에서 $f(-1)=1\in X,\ f(0)=0\in X,\ f(1)=1\in X$
따라서 함수이다.

㉣ $f(x)=\dfrac{1}{x}$에서 $f(0)$이 정의되지 않으므로 함수가 아니다.

㉤ $f(x)=\sqrt{x}$에서 $f(-1)=i\notin X$이므로 함수가 아니다.

따라서 함수로 가능한 것은 ㉠, ㉡, ㉢의 3개다.

20. f는 임의의 자연수에 대하여 정의된 함수이고, 다음 두 조건을 만족한다.

㉠ $f(2n) = 2 \cdot f(n)(n = 1, 2, 3, \cdots)$ ㉡ $f(2n+1) = (-1)^n \cdot 2(n = 0, 1, 2, 3, \cdots)$

이

때, $f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$\begin{aligned} f(32) &= 2 \cdot f(16) = 2^2 \cdot f(8) = 2^3 \cdot f(4) \\ &= 2^4 \cdot f(2) = 2^5 \cdot f(1) = 2^5 \cdot f(2 \cdot 0 + 1) \\ &= 2^5 \cdot (-1)^0 \cdot 2 = 2^6 = 64 \end{aligned}$$

21. 두 함수 $f(x) = -x + 4,\ g(x) = 3x + 2$에 대하여 $(f \circ g)(k) = 2$를 만족하는 상수 k의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x+2)$$
$$= -(3x+2) + 4 = -3x + 2 \text{이므로}$$

$(f \circ g)(k) = 2$에서 $-3k + 2 = 2$

$\therefore k = 0$

22. 두 함수 $f(x)=4x-3$, $g(x)=2x+1$ 에 대하여 $h\circ g=f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x)=x+4$ ② $h(x)=2x-5$ ③ $h(x)=3x+2$

④ $h(x)=3x+5$ ⑤ $h(x)=5x+3$

해설

$h(x)=ax+b$ 라고 놓으면

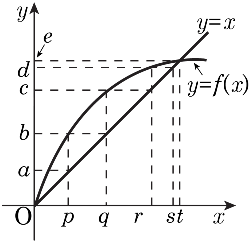
$h\circ g=f$ 에서 $a(2x+1)+b=4x-3$

$\therefore\ 2a=4,\ a+b=-3$

이것을 풀면 $a=2,\ b=-5$

따라서 $h(x)=2x-5$

23. 그림은 $y=f(x)$ 와 $y=x$ 의 그래프이다. 이를 이용하여 $(f\circ f)(x)=d$ 를 만족시키는 x 의 값은 얼마인가?



① p ② q ③ r

④ s ⑤ t

해설

$(f\circ f)(x)=f(f(x))=d\cdots\cdots$㉠

그런데, 주어진 그래프에서 $f(r)=d$ 이므로

㉠에서 $f(x)=r$

$\therefore r=c$ 에서 $f(x)=r=c$

$\therefore x=q$

24. $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{13\times 14}=\frac{a}{14}$ 에서 a의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 13

해설

준식 $=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdots-\frac{1}{14}=1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$

$\therefore a=13$

25. $1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}}=5$을 만족하는 x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}}=1-\frac{x-1}{x-1-x}$$

$$=1+x-1=x$$

$\therefore x=5$

26. $x+\frac{1}{x}=2$ 일 때, $x^2-\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=2^2-4=0$$

$$\therefore x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)=0\times 2=0$$

27. $3x = 4y = 2z$ 일 때, $\dfrac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2}$ 의 값은? (단, $xyz \neq 0$)

① $-\dfrac{1}{7}$ ② $\dfrac{2}{11}$ ③ $-\dfrac{43}{11}$ ④ $\dfrac{7}{9}$ ⑤ 2

해설

$3x = 4y = 2z = k$ 라 놓는다.

$x = \dfrac{k}{3},\ y = \dfrac{k}{4,} z = \dfrac{k}{2}$ 를 주어진 식에 대입한다.

$$\therefore\ \frac{x^2 - y^2 + z^2}{x^2 + y^2 - z^2} = \frac{\frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16} + \frac{k^2}{4}}{\frac{k^2}{9} + \frac{k^2}{16} - \frac{k^2}{4}}$$

$$= \frac{64 - 36 + 144}{64 + 36 - 144}$$

$$= \frac{172}{-44} = -\frac{43}{11}$$

28. $\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{y+z}{4}=\dfrac{z+x}{5}$ 일 때, 유리식 $\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값은?

① $\dfrac{7}{11}$ ② $\dfrac{9}{11}$ ③ $\dfrac{5}{14}$ ④ $\dfrac{9}{14}$ ⑤ $\dfrac{11}{14}$

해설

$$\frac{x+y}{3}=\frac{y+z}{4}=\frac{z+x}{5}=k$$

$$\begin{cases} x+y=3k \cdots ㉠ \\ y+z=4k \cdots ㉡ \\ z+x=5k \cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢을 하면

$2(x+y+z)=12k \quad \therefore x+y+z=6k \cdots ㉣$

㉣ − ㉡ $\rightarrow x=2k$

㉣ − ㉢ $\rightarrow y=k$

㉣ − ㉠ $\rightarrow z=3k$

$$\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}=\frac{2k^2+3k^2+6k^2}{4k^2+k^2+9k^2}=\frac{11k^2}{14k^2}$$

$$=\frac{11}{14}$$

29. 괄호가 없는 수식의 계산을 오른쪽에서 왼쪽으로 계산하는 전자계산기가 있다. 예를 들면 $a\times b-c$는 $a(b-c)$로 계산한다. 이 전자계산기로 $a\div b-c+d$를 계산하면?

① $\dfrac{a}{b}-c+d$　② $\dfrac{a}{b}-c-d$　③ $\dfrac{d+c-b}{a}$

④ $\dfrac{a}{b-c+d}$　⑤ $\dfrac{a}{b-c-d}$

해설

$a\div b-c+d$의 오른쪽부터 차례로 계산하면

$d \rightarrow d+c \rightarrow -(d+c) \rightarrow b-c-d \rightarrow \dfrac{a}{b-c-d}$

30. 다음 그래프 중 평행이동에 의하여 $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y=\frac{x+1}{x-1}$　② $y=\frac{x}{x-1}$　③ $y=\frac{x-2}{x-1}$

④ $y=\frac{-x}{x-1}$　⑤ $y=\frac{x+3}{x+1}$

해설

$y=\frac{1}{x}$ 과 겹쳐지는 함수는 $y=\frac{1}{x-a}+b$ 의 꼴로 된 것이다.

$\therefore$ ② $y=\frac{x}{x-1}=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$

31. 함수 $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ 의 그래프가 점 $(a, /b)$ 에 대하여 대칭일 때, $a+b$ 의 값은?

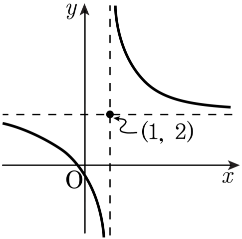
① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{2x+4}{x-1}$$
$$= \frac{2(x-1)+6}{x-1}$$
$$= \frac{6}{x-1} + 2$$ 이므로

주어진 함수의 그래프는 점$(1,\ 2)$ 에 대하여 대칭이다.

$\therefore\ a+b = 1+2 = 3$



32. 분수함수 $f(x) = \dfrac{x+3}{2x-1}$ 에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f \circ f)(x)$ 의 그래프는 점 $(a,\ b)$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

분수함수 $f(x) = \dfrac{x+3}{2x-1}$ 에서

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\dfrac{x+3}{2x-1}+3}{2 \cdot \dfrac{x+3}{2x-1}-1}$$

$$= \frac{x+3+3(2x-1)}{2(x+3)-(2x-1)} = x \text{ 이므로}$$

$y = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) = f(x)$

따라서, $y = f(x)$ 의 점근선은

$x = \dfrac{1}{2},\ y = \dfrac{1}{2}$ 이고, 그 그래프는 점근선의

교점 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭이므로

$a = \dfrac{1}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ a+b=1$

33. 유리함수 $f(x)=\dfrac{kx}{x+3}$의 그래프가 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 실수 k의 값은?

① -5　② -3　③ -1　④ 1　⑤ 3

해설

$f(x)=\dfrac{kx}{x+3}$가 직선 $y=x$에 대해 대칭이므로

$f(x)=f^{-1}(x)$, $f^{-1}(x)=\dfrac{-3x}{x-k}$

$\dfrac{kx}{x+3}=\dfrac{-3x}{x-k}$

$\therefore\ k=-3$