

1. 다음 두 조건으로 알 수 있는 것은?

㉠ 어떤 사람은 안경을 끼지 않았다.

㉡ 여자는 모두 안경을 썼다.

① 남자는 모두 안경을 썼다.

② 안경을 끼지 않은 여자도 있다.

③ 여자는 모두 안경을 끼지 않았다.

④ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

⑤ 남자는 모두 안경을 끼지 않는다.

2. 다음 두 진술이 모두 참이라 할 때 다음 중 옳은 것은?

㉠ 수학을 잘하는 학생은 머리가 좋다.

㉡ 수학을 잘하는 학생은 물리 또는 컴퓨터를 잘한다.

① 수학을 잘하는 학생은 물리를 잘한다.

② 컴퓨터를 잘하는 학생은 머리가 좋다.

③ 머리가 좋은 학생은 물리를 잘 한다.

④ 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

⑤ 물리와 컴퓨터를 잘 못하는 학생은 수학을 잘 못한다.

3. 다음은 'a, b, c 가 자연수일 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 a, b 중 적어도 하나는 3의 배수이다.'임을 증명한 것이다.

a, b 가 모두 (가)가 아니라고 가정하면, $a = 3m \pm 1, b = 3n \pm 1$ (단, m, n 은 자연수)로 놓을 수 있다. 이 때, $a^2 + b^2 = 3M + (\text{나})$ (단, M 은 자연수) ... ㉠

또, $c = 3l, 3l \pm 1$ (단, l 은 자연수)라 하면, $c^2 = 3M'$ 또는 $c^2 = 3M'' + (\text{다})$ (단, M', M'' 은 자연수)가 되어 ㉠의 $3M + (\text{나})$ 의 꼴로는 쓸 수 없다. 따라서, 모순이므로 a, b 중 적어도 하나는 3의 배수이어야 한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 적으면?

① 자연수, 1, 2

② 자연수, 2, 1

③ 3의 배수, 1, 2

④ 3의 배수, 2, 1

⑤ 3의 배수, 2, 2

4. 자연수 n 에 대하여 ‘ n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.’를 증명하는 과정이다. 이 때 괄호 안에 들어갈 알맞은 논리 중 틀린 것을 아래의 보기에서 고르면?

증명

주어진 명제의 (①)를 구하여 보면 n 이 (②)이면 n^2 도 (②)이다. 이 때 n 이 (②)이므로 $n =$ (③) (k 는 0 또는 자연수) 이 때 $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
 $\therefore n^2$ 은 (②)이다. 따라서, (①)가 (④)이므로 주어진 명제는 (⑤)이다.

① 대우

② 홀수

③ $2k + 1$

④ 거짓

⑤ 참

5. $a > b, x > y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(a + b)(x + y) > 2(ax + by)$

② $(a + b)(x + y) < 2(ax + by)$

③ $(a + b)(x + y) \geq 2(ax + by)$

④ $(a + b)(x + y) \leq 2(ax + by)$

⑤ $(a + b)(x + y) = 2(ax + by)$

6. 다음은 $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ 일 때 부등식 $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned}
 abc + 2 &> a + b + c \\
 &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\
 &= (1 - ab)(1 - c) + \text{㉠}
 \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $\text{㉡} < 1 - a < \text{㉢}$

같은 방법으로 $\text{㉡} < 1 - b < \text{㉢}$,

$$\text{㉡} < 1 - c < \text{㉢}$$

또한 $|ab| < 1$ 이므로 $\text{㉡} < 1 - ab < \text{㉢}$

따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + \text{㉠} > \text{㉡}$

이므로 $abc + 2 > a + b + c$

① $(1 + a)(1 + b), 0, 2$

② $(1 - a)(1 + b), 0, 2$

③ $(1 + a)(1 + b), -1, 1$

④ $(1 - a)(1 - b), 0, 2$

⑤ $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

7. a, b 가 실수 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $|a| + |b| \geq |a + b|$

㉡ $|a + b| \geq |a - b|$

㉢ $|a - b| \geq |a| - |b|$

㉣ $|a + b| \geq ||a| - |b||$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

8. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때 1 , $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$, $\sqrt{b-a}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

② $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $1 < \sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

9. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.



답:

개

10. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

11. 부등식 $7^{20} < n^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

12. 부등식 $n^{20} < 3^{30}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

13. 다음 부등식 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{\Gamma} \quad 3^{40} > 2^{60}$$

$$\textcircled{\text{L}} \quad 3^{200} > 6^{150}$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad 5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\Gamma}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{C}}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{C}}$$

14. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

15. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $|x| + |y| \geq |x + y|$

㉡ $|x + y| \geq |x - y|$

㉢ $|x - y| \geq |x| - |y|$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

16. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

17. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

18. 다음은 실수 a, b, c 가 모두 양수일 때, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0$ 임을 보이는 과정이다. [㉞] 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c) \text{ [㉞]} \geq 0 \end{aligned}$$

- ① $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$
② $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$
③ $(a + b)^2 - (b + c)^2 - (c + a)^2$
④ $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$
⑤ $(a - b)^2 - (b - c)^2 - (c - a)^2$

19. 실수 x, y 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $x > y$ 이면, $x^2 > y^2$ 이다.

㉡ $x^2 + y^2 \geq xy$

㉢ $x > y$ 이면 $x^3 > y^3$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

20. 실수 a, b, c, x, y 에 대하여 항상 성립하는 부등식 (절대부등식) 을 다음 [보기] 중에서 고를 때, 옳은 표현의 개수는?

보기

(가) $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

(나) $x^2 - x + 1 > 0$

(다) $|a + b| \leq |a| + |b|$

(라) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

(마) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$

(바) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

① 6개

② 5개

③ 4개

④ 3개

⑤ 2개