

1. 집합 $S = \{(x, y) | ax + by + 5 = 0\}$ 에 대하여 $(1, 7) \in S$, $(-4, -3) \in S$ 일 때 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$(1, 7) \in S$ 이므로

$$a + 7b + 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$(-4, -3) \in S$ 이므로

$$-4a - 3b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ab = -2$$

2. 다음 중 옳은 것은 ?

- ① $\{x|x\text{는 짝수}\} \subset \{x|x\text{는 홀수}\}$
- ② $\{x|x\text{는 }5\text{보다 작은 자연수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ③ $\{x|x\text{는 }25\text{의 배수}\} \subset \{100, 200, 300\}$
- ④ $\{x|x\text{는 }3\text{의 배수}\} \supset \{x|x\text{는 }9\text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x|x\text{는 홀수}\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$

해설

④ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \supset \{9, 18, 27, 36, \dots\}$

3. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = B$
- ② $A \cap B = A$
- ③ $A^c \supset B^c$
- ④ $B - A = \emptyset$
- ⑤ $A^c \cap B^c = B^c$

해설

- ④ A 가 B 에 포함되므로 공집합이 아닌 다른 집합이 나와야 한다.

4. 다음은 두 집합 $A = \{x \mid x = 4k + 2, k\text{는 정수}\}$, $B = \{x \mid x = 4l - 2, l\text{은 정수}\}$ 가 서로 같은 집합임을 증명한 것이다. ⑦에 알맞은 것은?

(i) $x \in A$ 라고 하면 $x = 4k + 2(k\text{는 정수})$ 로 놓을 수 있다.

이때, $x = 4k + 2 = 4(k+1) - 2$ 로 나타낼 수 있고, $k+1$ 도 정수이므로 $x \in B$ 이다. \therefore (⑦)

(ii) $x \in B$ 라고 하면 $x = 4l - 2(l\text{은 정수})$ 로 놓을 수 있다.

이때, $x = 4l - 2 = 4(l-1) + 2$ 로 나타낼 수 있고 $l-1$ 도 정수이므로 $x \in A$ 이다.

$\therefore B \subset A$

① $B \subset A$

② $A \subset B$

③ $A = B$

④ $A \neq B$

⑤ $x \in B$

해설

$x \in A$ 이면 $x \in B$ 임을 보이면 $A \subset B$

5. $\{1\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

집합 A 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이면서 1을 포함하는 집합이므로 $\{2, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$$2^3 = 8 \text{ (개)}$$

6. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap X = X$ 를 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A - B = \{1, 3, 5\}$ 이고, $(A - B) \cap X = X$ 로부터 $X \subset (A - B)$ 이다.

따라서, $X \subset (A - B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

따라서 $2^3 = 8$ (개)이다.

7. $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

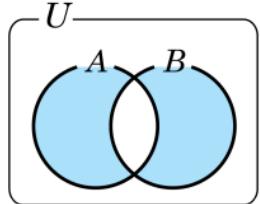
$$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5\}$ 이다.

3, 5 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

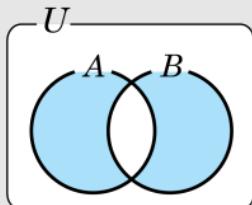
8. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합을 고르면?



- ① $A - B$ ② $B - A$
③ $(A \cap B)^c$ ④ $(A \cup B)^c$
⑤ $(A - B) \cup (B - A)$

해설

⑤ $(A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (B - A) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A - B = B$

② $A^C \cap B^C = \emptyset$

③ $A = B$

④ $A^C = \emptyset$

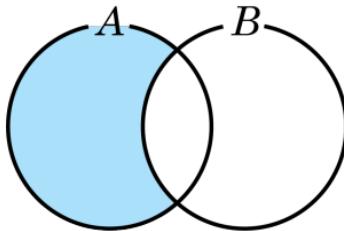
⑤ $A \cup B^C = \emptyset$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B - A) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

10. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)



- ① $A \cap B^c$ ② $A - B$
③ $(A \cup B) - A$ ④ $A - (A \cup B)$
⑤ $\{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

해설

$$\begin{aligned}A - B &= A \cap B^c \\&= (A \cup B) - B \\&= A - (A \cap B) \\&= \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}\end{aligned}$$

이므로 ③, ④이다.

11. 전체집합 $U = \{2x \mid x\text{는 }9\text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{2, 18\}$, $A - B = \{4, 8, 12, 14\}$, $A \cap B = \{10\}$ 일 때, $B - A = ?$

① {6, 16}

② {6, 10, 16}

③ {2, 6, 18}

④ {2, 6, 16, 18}

⑤ {2, 6, 10, 16, 18}

해설

$$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{2, 18\} \text{이므로}$$

$$A \cup B = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$$

$$B = (A \cup B) - (A - B)$$

$$= \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\} - \{4, 8, 12, 14\}$$

$$= \{6, 10, 16\}$$

$$\therefore B - A = B - (A \cap B)$$

$$= \{6, 10, 16\} - \{10\}$$

$$= \{6, 16\}$$

12. 현수는 매일 집에서 수학과 논술 교육방송을 듣는데, 하루에 과목별로 한 편 이상 들을 수가 없다. 그리고 일주일 동안 수학 교육방송은 6번 듣고, 논술 교육방송은 4번 듣는다. 현수가 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 며칠인지 구하여라.

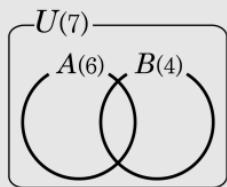
▶ 답 : 일

▷ 정답 : 3일

해설

수학 교육방송을 듣는 날을 집합 A , 논술 교육방송을 듣는 날을 집합 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. 또한, 수학이나 논술 교육방송을 듣는 날은 문제에 주어진 조건에 의하면 7 일이고, 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 $A \cap B$ 으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 6 + 4 - 7 \\&= 3(\text{일})\end{aligned}$$



따라서 일주일에 수학과 논술 두 과목의 교육방송을 모두 듣는 날은 3일이다.

13. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ ' 의 부정과 같은 것은?

- ① $x = y = 0$
- ② $x = y \neq 0$
- ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$
- ④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.
- ⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$|x| + |y| = 0$ 의 부정은 $|x| + |y| \neq 0$ 이다.

따라서, $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이므로 x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

14. 다음 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 할 때, $Q^c \subset P^c$ 인 경우는?

① $p : x \leq 1$

$q : x \leq 1$

② $p : x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

$q : x = 1$

③ $p : a > 0, b > 0$

$q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1$

④ $p : x$ 가 3의 배수

$q : x$ 는 9의 배수

⑤ $p : x^2 - 1 = 0$

$q : (x+1)^2 = 0$

해설

$$Q^c \subset P^c, P \subset Q$$

① $Q \subset P$

② $Q \subset P$

④ $Q \subset P$

⑤ $Q \subset P$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad q : a^2 + b^2 \geq 2a - 1 &\rightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 \geq 0 \rightarrow (a-1)^2 + b^2 \geq 0 \\ \rightarrow a, b &\text{ 는 모든 실수} \end{aligned}$$

15. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

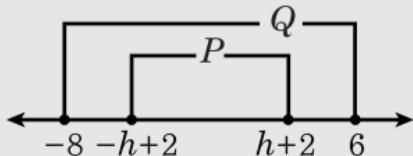
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \Leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \Leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

16. 실수 x 에 대하여 다음 명제가 참일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

$$x > a \text{ } \circ\text{[} \text{면 } |x - 2| > 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 명제가 참이므로

대우 ‘ $|x - 2| \leq 4$ 이면 $x \leq a$ ’이다.’ 가 참이다.

$|x - 2| \leq 4$ 에서

$-4 \leq x - 2 \leq 4, -2 \leq x \leq 6$ $\circ\text{[}$ 므로

$\therefore a \geq 6$

따라서 a 의 최솟값은 6이다.

17. 두 조건 $p : -5 \leq x < 6$, $q : 2a - 3 < x \leq a + 2$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: $a = 5$ 개

해설

두 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라고 하면

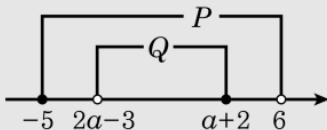
$$P = \{x \mid -5 \leq x < 6\},$$

$$Q = \{x \mid 2a - 3 < x \leq a + 2\}$$

이때, p 가 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$

$$\therefore Q \subset P$$

따라서, 다음 수직선에서



$$2a - 3 \geq -5 \text{ 이고 } a + 2 < 6$$

$$2a \geq -2 \text{ 이고 } a < 4$$

$$\therefore -1 \leq a < 4$$

따라서, 정수 a 는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

18. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
- ② r 은 p 이기 위한 충분조건이다.
- ③ p 는 r 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ r 은 s 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ s 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

주어진 조건을 그림처럼 도식화 해보면 q, r, s 는 서로 필요충분조건이고 p 는 q, r, s 이기 위한 충분조건이다.

$p \Rightarrow q \Rightarrow r$
 \Downarrow
 s

∴ ④

19. 세 수 2^{60} , 3^{40} , 5^{30} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$

② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$

④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1 \text{ 따라서 } 2^{60} < 3^{40}$$

$$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1 \text{ 따라서 } 3^{40} < 5^{30}$$

$$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$$

20. $x > 0, y > 0$ 일 때, $4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$x > 0, y > 0$ 일 때 $4x + y \geq 2\sqrt{4xy}$ 이므로

$$\begin{aligned} 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} &\geq 2\sqrt{4xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \\ &\geq 2\sqrt{4\sqrt{xy} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}} = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq 4, \text{ 최솟값 } 4$$

21. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & (x \geq 1) \\ 2x - a & (x \leq 1) \end{cases}$$
로 정의될 때,

$f(2 - \sqrt{3}) - f(\sqrt{3})$ 의 값은?

① $3 - 3\sqrt{3}$

② $2 - 2\sqrt{3}$

③ $1 - \sqrt{3}$

④ $-1 + \sqrt{3}$

⑤ $-3 + 3\sqrt{3}$

해설

$x = 1$ 에서 함수값이 1개이어야 하므로

$$-1 + 1 = 2 - a$$

$$\therefore a = 2$$

$2 - \sqrt{3} < 1, \sqrt{3} > 1$ 이므로

$$f(2 - \sqrt{3}) = 2(2 - \sqrt{3}) - 2 = -2\sqrt{3} + 2$$

$$f(\sqrt{3}) = -\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore f(2 - \sqrt{3}) - f(\sqrt{3}) = -2\sqrt{3} + 2 - (-\sqrt{3} + 1) = 1 - \sqrt{3}$$

22. 자연수 a , k 에 대하여 집합 $X = \{1, 2, 3, k\}$ 에서 집합 $Y = \{4, 7, a^4, a^2 + 3a\}$ 로의 함수 $f(x) = 3x + 1$ 이 일대일 대응일 때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

함수 f 가 일대일 대응이고, $f(x) = 3x+1$ 에서 $f(1) = 4$, $f(2) = 7$ 이므로

$f(3) = a^4$ 또는 $f(3) = a^2 + 3a$ 이어야 한다.

만약 $f(3) = a^4$ 이면 $a^4 = 3 \times 3 + 1 \quad \therefore a^4 = 10$

그런데 $a^4 = 10$ 을 만족하는

자연수 a 가 존재하지 않으므로 모순이다.

$\therefore f(3) = a^2 + 3a$, $f(k) = a^4$

$f(3) = a^2 + 3a$ 에서 $a^2 + 3a = 10$

$a^2 + 3a - 10 = 0$, $(a-2)(a+5) = 0$

$\therefore a = 2$ ($\because a$ 는 자연수)

$f(k) = a^4$, 즉 $a^4 = 3k + 1$ 에서 $3k + 1 = 16$

$\therefore k = 5$

$\therefore a + k = 2 + 5 = 7$

23. 정의역이 $X = \{-1, 1\}$ 일 때 항등함수가 될 수 없는 것을 고르면?

- ① $f(x) = x$ ② $f(x) = x^2$ ③ $f(x) = \frac{1}{x}$
④ $f(x) = x^3$ ⑤ $f(x) = x|x|$

해설

$f(a) = a$ 가 항등함수의 정의이므로

①, ③, ④, ⑤ : $f(-1) = -1, f(1) = 1$

② : $f(-1) = f(1) = 1$ 이므로

②는 항등함수가 될 수 없음

24. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 고 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 일 때,
 $h(1)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(f \circ h)(x) = g(x)$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $f(h(1)) = g(1)$
한편, $g(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ 이므로 $h(1) = k$ 라 하면
 $f(k) = 1$ 에서 $f(k) = k + 3 = 1$ 이므로 $k = -2$
 $\therefore h(1) = -2$

25. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

Ⓐ $f(x) = -x + 7$

Ⓑ $f(x) = \frac{3}{2}x$

Ⓒ $f(x) = -\frac{2}{x}$

Ⓓ $f(x) = x - 1$

① Ⓐ

② Ⓑ

③ Ⓑ, Ⓒ

④ Ⓑ, Ⓓ

⑤ Ⓐ, Ⓑ, Ⓓ

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.

Ⓐ $(f \circ f)(x) = x$

Ⓑ $(f \circ f)(x) = \frac{9}{4}x$

Ⓒ $(f \circ f)(x) = x$

Ⓓ $(f \circ f)(x) = x - 2$

따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 Ⓐ, Ⓒ이다.

26. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\begin{aligned}& \frac{1}{(x+1)(x+2)^2} \\&= \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}\end{aligned}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$\therefore b = -1$

$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$

27. 다음의 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{121}}$$

- ① 5 ② 10 ③ 0 ④ -10 ⑤ -5

해설

준식을 유리화하면

$$\begin{aligned}& \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \cdots + \frac{\sqrt{121}-\sqrt{119}}{2} \\&= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{121}}{2} = \frac{11-1}{2} = 5\end{aligned}$$

28. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$a = 2 \text{이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

29. $2x = 3y$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{13}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{19}{12}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

$$= \frac{3}{2}y \text{ 이므로}$$

준식에 대입하면

$$\frac{\frac{9}{4}y^2 - \frac{3}{2}y^2 + y^2}{\frac{9}{4}y^2 - y^2} = \frac{7}{5}$$

30. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{①}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{②}$$

$$\textcircled{①} \times 2 - \textcircled{②} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k$, $z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \quad \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

31. A, B 두 마을의 인구의 비는 $4 : 3$, 남자의 비는 $2 : 1$, 여자의 비는 $1 : 2$ 이고 A 마을의 총인구가 6000명일 때, A 마을의 여자의 수를 구하시오.

▶ 답: 명

▶ 정답: 1000명

해설

A 마을의 남자는 x 명, 여자는 y 명이라 하면

B 마을의 남자는 $\frac{x}{2}$ 명, 여자는 $2y$ 명

$6000 : (B \text{ 마을의 총 인구}) = 4 : 3$ 에서

B 마을의 총 인구는 4500명이다.

$$x + y = 6000, \quad x + 4y = 9000 \quad \therefore y = 1000(\text{명})$$

32. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

33. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ 에 대하여 $(g \cdot f)(x) = x$ 를 만족하는 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(g \circ f)(x) = x$$

$$\Rightarrow g(f(x)) = x$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{x+2}{2x-1}\right) = x$$

$\therefore g(1)$ 을 구하려면, $\frac{x+2}{2x-1} = 1$ 이 되어야 한다.

$$\Rightarrow x = 3 \quad \therefore g(1) = 3$$