

1. 다음 글은 청산이네 반의 학급회의 기록이다. 밑줄 친 내용 중 집합인 것의 번호를 고르면?

교내 체육 대회 때 장애물 달리기 선수는 ① 키가 작은 학생, 릴레이 선수는 ② 빠른 학생, 응원단장은 ③ 목소리가 큰 학생, 배구선수는 ④ 키가 큰 학생이 하기로 한다. 그리고, 줄다리기 는 ⑤ 학급인원 전체가 참석하기로 한다.

① 키가 작은 학생

② 빠른 학생

③ 목소리가 큰 학생

④ 키가 큰 학생

⑤ 학급인원 전체

해설

⑤ 학급인원 전체가 집합이다.

2. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면?

① $A = \{3, 6\}$

② $A = \{3, 6, 9\}$

③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$

④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

3. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 9, 10\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

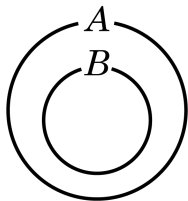
▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\} \text{ 이므로 } n(A) = 5$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 5 + 5 = 10$$

4. 두 집합 A, B 의 포함관계가 아래 벤 다이어그램으로 나타내어져 있다.



$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

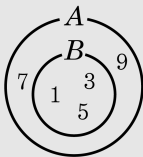
▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, a\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$

그런데 $B \subset A$ 이기 때문에, $9 \in A$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.



5. 다음 중에서 기호를 바르게 사용한 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\emptyset \subset A$

② $3 \in \{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2\} \in \{1, 2\}$

④ $\{0\} \subset \emptyset$

⑤ $1 \subset \{1, 2\}$

해설

③ $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$

④ $\emptyset \subset \{0\}$

⑤ $1 \in \{1, 2\}$

6. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

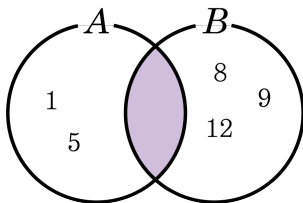
▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이고,
이 중 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이다.

따라서 6 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 16$
(개)

7. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 :

개

▷ 정답 : 2개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7 이다.

원소의 개수는 2 개이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 3, a + 1\}$, $B = \{3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = 2, b = 1$

② $a = 3, b = 2$

③ $a = 4, b = 5$

④ $a = 5, b = 4$

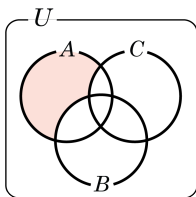
⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } a + 1 = 5, a = 4$$

$$5 \in B \text{ 이므로 } b = 5$$

9. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단, U 는 전체집합, X^c 는 X 의 여집합을 나타낸다.)



① $A \cap (B \cup C)^c$

② $A \cup (B \cup C)^c$

③ $A \cap (B^c \cap C)^c$

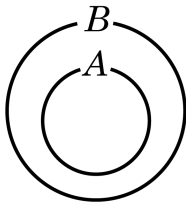
④ $A \cap (B^c \cap C^c)^c$

⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은 $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

10. 다음 벤 다이어그램과 같은 포함 관계일 때, 옳지 않은 것은?



① $A \cap B = A$

② $A - B = \emptyset$

③ $A \cup B = B$

④ $A \subset B$

⑤ $(A \cup B) - B = A$

해설

⑤ $(A \cup B) - B = \emptyset$

11. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{8\}$

③ $\{1, 8\}$

④ $\{4, 7\}$

⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

12. $(A \cup B) \cap (A^c \cup B)$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

$$(A \cup B) \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup B = \emptyset \cup B = B$$

13. 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합이고 $n(U) = 50, n(A \cap B) = 8, n(A^c \cap B^c) = 9, n(A \cap B^c) = 15$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

① 23

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 29

해설

$$n(U) = 50, n(A \cap B) = 8$$

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 41$$

$$n(A \cap B^c) = n(A - B) = 15$$

$$\therefore n(B) = n(A \cup B) - n(A - B) = 41 - 15 = 26$$

14. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ ' 의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.' 의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.' 의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

15. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

16. 세 실수 a, b, c 사이에 두 관계식 $3a - b + c = 2$, $a + b + c = 4$ 가 성립한다. $a > 1$ 일 때, a, b, c 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$3a - b + c = 2 \cdots \cdots ①$$

$$a + b + c = 4 \cdots \cdots ②$$

$$① + ② \text{ 하면 } 4a + 2c = 6$$

$$2a + c = 3, a > 1 \text{ 이므로}$$

$$c = 3 - 2a \text{ 에서 } c < 1$$

$$① - ② \text{ 하면 } 2a - 2b = -2$$

$$\therefore a - b = -1, b = a + 1 \text{ 이므로}$$

$$a > 1 \text{ 이므로 } b > a$$

$$\therefore c < a < b$$

17. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.

② $\sqrt{ab}$ 는 a, b 의 기하평균이다.

③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.

④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.

⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

해설

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \dots \text{절대부등식}$$

$$\frac{a+b}{2}: \text{산술평균}, \sqrt{ab}: \text{기하평균}$$

④: 절대부등식의 등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.

18. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x - 2 = t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x = t + 2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned} 4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\ &= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\ &\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

19. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2\sqrt[3]{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} 8x^2 + \frac{2}{x} &= 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \\ &\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

20. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 16

해설

a, b, x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

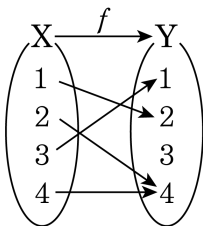
$$8 \times 2 \geq (ax + by)^2$$

$$\therefore -4 \leq ax + by \leq 4$$

$$(\text{최댓값}) \times (\text{최솟값}) = -16$$

21. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 함수가 아니다.
- ㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.
- ㉤ 일대일대응이다.



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.
- ㉣ 치역은 1, 2, 4이다.
- ㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(X)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

22. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$

$g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$

$\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

23. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$

24. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 이므로

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1)$$

$$= 4(3x + 1) + a$$

$$= 12x + 4 + a$$

따라서 $12x + 4 + a = 12x + 7$ 에서 $4 + a = 7$

$$\therefore a = 3$$

25. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

① $g \circ f = f \circ g$

② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $(f^{-1})^{-1} = f$

④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

합성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

26. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \quad \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3-(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

27. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

28. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{15}{7}$

② $\frac{17}{8}$

③ $\frac{19}{9}$

④ $\frac{21}{10}$

⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

29. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 4$, $b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

30. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

$$\text{㉠ } y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\text{㉡ } y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\text{㉢ } y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

31. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b = 2-1 = 1$

32. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

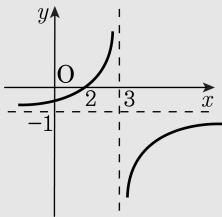
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x=3$, $y=-1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



33. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=4$$

$$\therefore 2+3+4=9$$