1. 두 일차함수 $y = 4x + 6$과 $y = ax + 1$ 의 그래프의 교점의 좌표가 $(b,\ 4)$ 일 때, a와 b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

▷ 정답 : $b = -\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

해설

$y = 4x + 6$ 가 점$(b, 4)$를 지나므로

$4 = 4b + 6,\quad 4b = -2\ \ \therefore b = -\frac{1}{2}$

$y = ax + 1$ 가 점 $\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$를 지나므로

$4 = -\frac{1}{2}a + 1,\quad \frac{1}{2}a = -3\ \ \therefore a = -6$

2. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

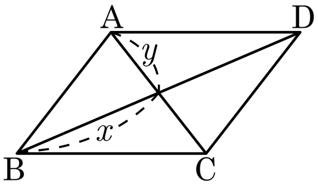
① 마름모 ② 직사각형 ③ 사다리꼴

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 답은 ①이다.

3. 다음 □ABCD이 평행사변형이고, $\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=12$가 성립한다고 할 때, $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=12$이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=6$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BD}}=18$이므로 $x+y=9$이다.

4. 기울기가 1 이고, y 절편이 1 인 일차함수의 그래프가 점 $(a,\ 3)$을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a = 2$

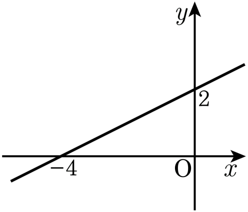
해설

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a = 1$, y 절편 $b = 1$

$y = x + 1$ 에 $(a,\ 3)$을 대입하면

$a = 2$

5. 다음 그림은 일차함수 $y = ax-2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b의 곱 ab의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

ⅰ) $y = ax - 2 + b$의 y절편이 2이므로

$-2 + b = 2 \therefore b = 4$

ⅱ) $y = ax + 2$의 x절편이 -4이므로

$0 = -4a + 2 \therefore a = \dfrac{1}{2}$

따라서 $ab = 2$이다.

6. 총 길이가 25cm 가 될 때 까지 버틸 수 있는 10cm 의 용수철저울을 이용하여 xg 의 무게를 달았을 때, 용수철의 길이는 $y$cm 이고, 200g 짜리 물체의 무게를 측정했더니, 용수철의 길이가 13cm 가 되었다고 한다. x 와 y 와 관계를 함수로 나타낼 때, 이 함수의 x의 값은?

① 0 이상 100 이하 ② 0 이상 500 이하

③ 0 이상 1000 이하 ④ 0 이상 500 이하

⑤ 10 이상 1000 이하

해설

$y = ax + 10$ 이라 하고 $(200,\ 13)$ 을 대입하면 $a = \dfrac{3}{200}$ 이므로

관계식은 $y = \dfrac{3}{200}x + 10$ 이다.

$y = 25$ 일 때가 x 의 최댓값이므로

$25 = \dfrac{3}{200}x + 10,\ x = 1000$ 이다.

따라서 이 함수의 x의 값은 0 이상 1000 이하이다.

7. A 지점을 출발하여 분속 800m의 속도로 56km 떨어진 B지점을 향해 가고 있다. x분 후에 B 지점까지의 남은 거리를 $y$km라고 할 때, x, y의 관계식은 $y = ax + b$라고 한다. $-\dfrac{b}{a}$의 값을 구하시오.

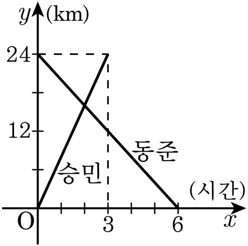
▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

남은 거리는 전체 거리에서 x분 동안 간 거리를 빼면 되므로
x, y의 관계식은
$y = 56 - 0.8x$이다.
따라서 $a = -0.8$, $b = 56$이므로
$-\dfrac{b}{a} = -\dfrac{56}{-0.8} = 70$이다.

8. 승민이와 동준이는 24km 떨어진 두 지점 A, B에서 각각 동시에 출발하여 승민이는 B로 향하고 동준이는 A로 향하고 있다. 다음 그림은 두 사람이 출발한 지 x분 후에 각각 A 지점으로부터 $y$km 떨어진 곳에 있음을 나타낸 그래프이다. 두 사람이 만난 시각과 그 때의 위치는?



① 1분 , 8km ② 2분 , 8km ③ 2분 , 16km

④ 3분 , 18km ⑤ 4분 , 20km

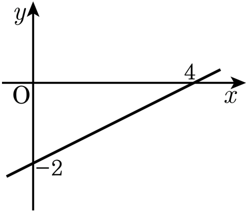
해설

$y=8x,\ y=-4x+24$ 의 교점을 구한다.

$8x=-4x+24$

$\therefore x=2,\ y=16$

9. 일차방정식 $(a-2)x+2y+4=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(4,0)$, $(0,-2)$를 지나므로 $(4,0)$을 $(a-2)x+2y+4=0$에 대입하면 $a=1$이다.

10. 네 방정식 $x=0,\ y=1,\ x+1=0,\ 2y+4=0$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 1　② 3　③ 4　④ 6　⑤ 8

해설

네 방정식 $x=0,\ y=1,\ x+1=0,\ 2y+4=0$ 의 그래프는 가로의 길이가 1 , 세로의 길이가 3 인 직사각형이므로 직사각형의 넓이는 $1 \times 3 = 3$ 이다.

11. 다음 일차함수의 그래프 중 일차함수 $y=-4x+8$의 그래프와 교점이 무수히 많이 생기는 경우는 ?

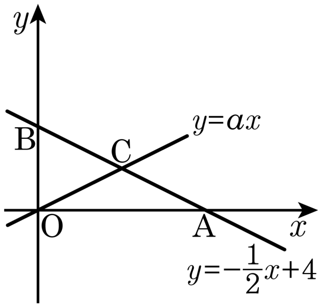
① $4x-8-y=0$ ② $4x-y+8=0$ ③ $y-4x-8=0$

④ $y+4x-8=0$ ⑤ $y+4x+8=0$

해설

교점이 무수히 많이 생기는 경우는 두 그래프가 일치할 경우이다.
두 그래프가 일치하기 위해서는 기울기와 절편이 같아야 하므로
④ $y+4x-8=0 \Rightarrow y=-4x+8$이다.

12. 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, 아래 그림을 보고 직선 $y = ax$ 가 $\triangle$BOA 의 넓이를 이등분하도록 하는 상수 a 의 값은?



① 1　　② $\frac{1}{2}$　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $-\frac{1}{3}$　　⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x + 4$ 의 x 절편 : 8, y 절편 : 4

$\triangle\text{BOA} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$

이때, $\text{C}(x,\ ax)$ 이므로

$\triangle\text{COA} = 8 \times ax \times \frac{1}{2} = 8 \Rightarrow ax = 2$

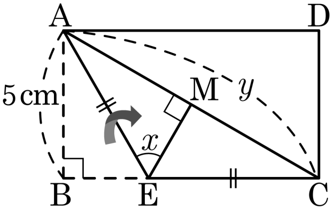
$\therefore\ \text{C} = (x,\ 2)$

$2 = -\frac{1}{2}x + 4 \qquad \therefore\ x = 4$

$4a = 2$

$\therefore\ a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

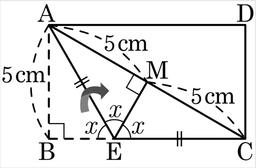
13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AM}$, $\angle AEM=\angle CEM$ 일 때, $\angle x$ 와 y 의 값은 각각 얼마인가?



① 45°, 10cm ② 45°, 5cm ③ 60°, 10cm

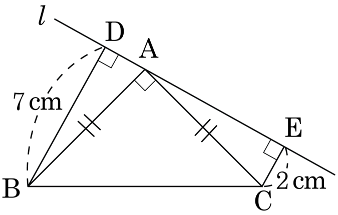
④ 60°, 5cm ⑤ 30°, 10cm

해설



$3\angle x=180°$ 이므로 $\angle x=60°$ 이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$y=5+5=10(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l이 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각, D, E라 할 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle DBA$와 $\triangle EAC$에서

$\angle D = \angle E = 90°$

$\overline{AB} = \overline{AC}$

$\angle DAB = 90° - \angle EAC = \angle ECA$

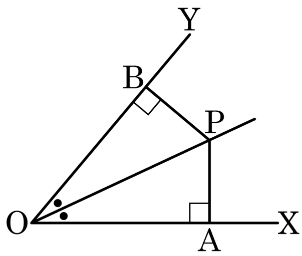
$\therefore \triangle DBA \equiv \triangle EAC$ (RHA 합동)

$\overline{DA} = \overline{EC} = 2\,\text{cm}$

$\overline{AE} = \overline{BD} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 2 + 7 = 9(\text{cm})$

15. 다음은 각의 이등분선 위의 한 점에서 각의 두변에 이르는 거리는 같음을 보이는 과정이다. 다음 빈칸에 들어갈 말로 <u>틀린</u> 것은?



보기

$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\quad$ (가) $\quad) = 90^\circ \cdots$ ㉠
가정에서 $\angle POA = ($ (나) $) \cdots$ ㉡
$\overline{OP}($ (다) $) \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ ((라) 합동)
$\therefore \overline{PA} = ($ (마) $)$

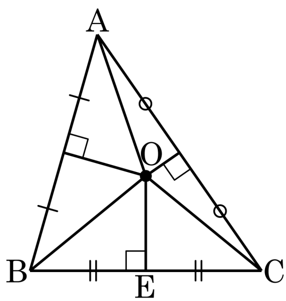
① (가) $\angle PBO$
② (나) $\angle POB$
③ (다) 빗변(공통변)
④ (라) RHS
⑤ (마) $\overline{PB}$

해설

$\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 를 잡으면
$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에 있어서
$\angle PAO = (\angle PBO \;) = 90^\circ \cdots$ ㉠
$\angle POA = (\angle POB) \cdots$ ㉡
$\overline{OP} =$ (빗변(공통변)) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{PA} = (\overline{PB})$

16. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



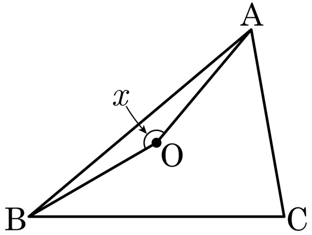
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA}$ = (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB}$ = (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE}$ = (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

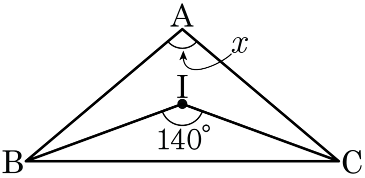
▷ 정답 : 160°

해설

$$\angle C = 180° \times \frac{4}{2+3+4} = 80°$$

$\therefore \angle x = 2\angle C = 160°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



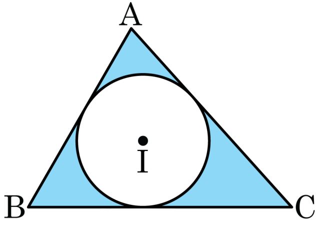
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

19. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $48 - 9\pi$ ② $9\pi - 24$ ③ $24 - 6\pi$

④ $42 - 6\pi$ ⑤ $52 - 9\pi$

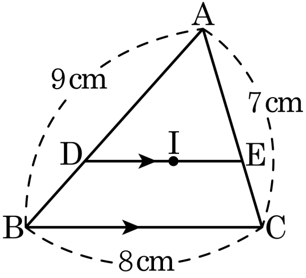
해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r = 3$ 이다.
점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,

$$(\triangle ABC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC \text{ 의 둘레} = \frac{1}{2} \times 3 \times 32 = 48$$

이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle ABC$ 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $= 48 - 9\pi$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE}$ //$\overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



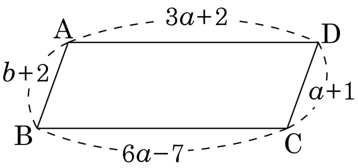
① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $=$ $\overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

21. 다음과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

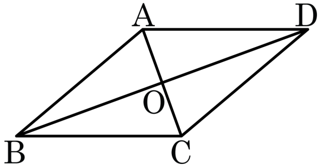
▷ 정답 : 5

해설

평행사변형이 되려면
$\overline{AD} = \overline{BC}$이어야 하므로
$3a + 2 = 6a - 7$
$3a = 9$
$\therefore\ a = 3$

또한, $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 하므로
$b + 2 = a + 1$
$b + 2 = 4$
$\therefore\ b = 2$
$\therefore\ a + b = 5$

22. 다음 그림의 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은?



① $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$

② $\angle A = 50°$, $\angle B = 130°$, $\angle C = 130°$, $\angle D = 50°$

③ $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$

④ $\overline{OA} = 3\text{cm}$, $\overline{OB} = 4\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$

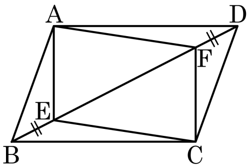
⑤ $\overline{OA} = 3\text{cm}$, $\overline{OB} = 3\text{cm}$, $\overline{OC} = 4\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 이등분한다.

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?

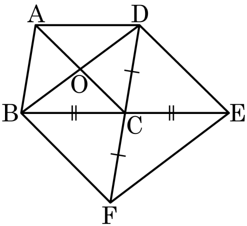


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{DBC} = \angle \mathrm{BDA}$,
$\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{ABD} = \angle \mathrm{CDB}$
$\therefore \triangle \mathrm{ABE} \equiv \triangle \mathrm{CDF}$, $\triangle \mathrm{BCE} \equiv \triangle \mathrm{DAF}$
$\rightarrow \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CE}}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

24. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 변 BC, DC를 연장하여 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$가 되게 점 E, F를 잡을 때, $\dfrac{\square\text{BFED의 넓이}}{\square\text{ABCD의 넓이}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

□ABCD 와 □BFED 는 모두 평행사변형이고, 대각선의 중점을 연결해서 삼각형을 나누었으므로 다음 삼각형들의 넓이는 같다.

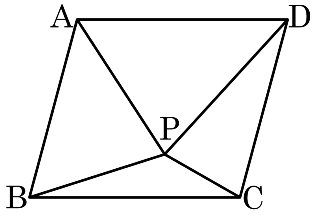
$\triangle ABD = \triangle CBD = \triangle CBF = \triangle CFE = \triangle CED$ 이므로

$\square ABCD = 2\triangle ABD$,

$\square BFED = 4\triangle ABD$

$\therefore \dfrac{\square BFED}{\square ABCD} = \dfrac{4\triangle ABD}{2\triangle ABD} = 2$

25. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 $\triangle PAD$와 $\triangle PBC$의 넓이가 4 : 1일 때, $\triangle PAD$의 넓이는?



① 15cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2

④ 22cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PAD = 2 \times (\triangle PBC + \triangle PAD)$

$\triangle PBC + \triangle PAD = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$이고,

$\triangle PAD : \triangle PBC = 4 : 1$이므로

$\therefore\ \triangle PAD = 20 \times \frac{4}{5} = 16(\text{cm}^2)$