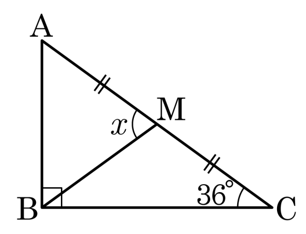
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle \mathrm{ACB} = 36^\circ$ 일 때 $\angle \mathrm{AMB}$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

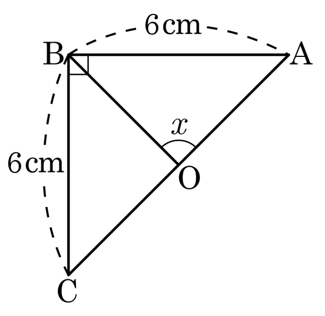
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle \mathrm{BMC}$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle \mathrm{MCB} = \angle \mathrm{MBC} = 36^\circ$

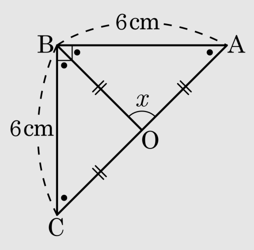
$\angle \mathrm{AMB} = \angle \mathrm{MCB} + \angle \mathrm{MBC} = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



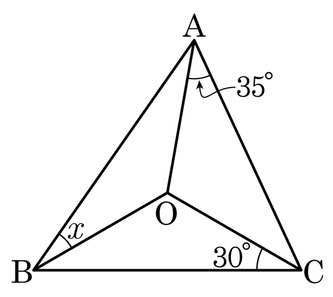
① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90°$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45°$
직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\angle OAB = \angle OBA = 45°$
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAC = 35°$, $\angle OCB = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

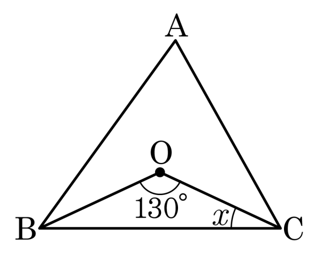
▷ 정답: 25°

해설

$\angle OAC + \angle OCB + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 35° - 30° = 25°$

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

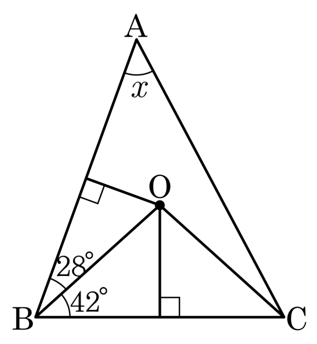


▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 25 °

해설
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $x = 25°$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



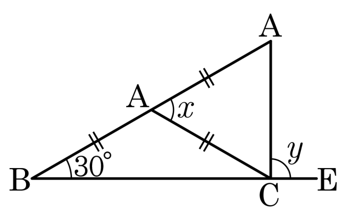
▶ 답: ____°

▷ 정답: 48°

해설

보조선 $\overline{OA}$ 를 그으면
$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = 28°$
$\triangle$OBC 가 이등변삼각형이므로 $\angle OCB = 42°$
$\therefore\ \angle BOC = 96°,\ \angle AOB = 124°,\ \angle AOC = 140°$
$\angle OAC = \angle OCA$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$
따라서 $x = 28° + 20° = 48°$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.

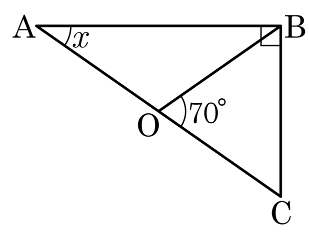


① 150°　② 160°　③ 170°　④ 180°　⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30°$
삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30° + 30° = 60°$
$\therefore \angle x = 60° \cdots$ ㉠
$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형
$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60°$ ($\because$ ㉠)
세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60° + 30° = 90°$
$\angle DCE = 90°$ 이다.
$\therefore \angle y = 90° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60° + 90° = 150°$

7. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32°　② 35°　③ 38°　④ 42°　⑤ 45°

해설

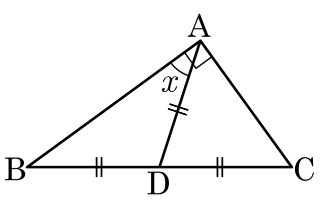
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle AOB = 180° - \angle COB = 110°$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 35°$

8. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

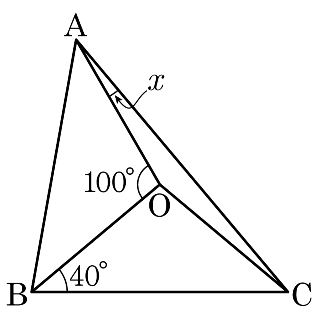


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD}=\overline{AD}$)
$\angle ABD=\angle BAD=\angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD}=\overline{CD}$)
$\angle DAC=\angle DCA=\angle C$
$\angle B:\angle C=2:3 \leftrightarrow \angle BAD:\angle CAD=2:3$
$\angle BAD=\dfrac{2}{2+3}\times 90°=\dfrac{2}{5}\times 90°=36°$

9. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

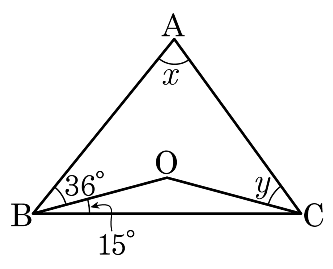


① $10°$　② $20°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \ \angle x = 10°$.

10. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심일 때, ∠x − ∠y 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 36 °

해설

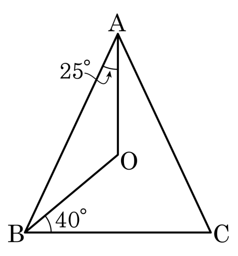
$2\angle \mathrm{OAC} = 180° - (36° \times 2 + 15° \times 2) = 78°$

$\therefore \angle \mathrm{OAC} = 39° = \angle y$

$\angle x = 36° + 39° = 75°$

$\angle x - \angle y = 75° - 39° = 36°$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 25\,^{\circ}$, $\angle$OBC $= 40\,^{\circ}$ 일 때, $\angle$C 의 크기는?

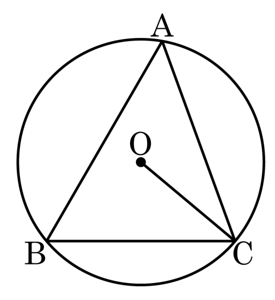


① $45\,^{\circ}$ ② $50\,^{\circ}$ ③ $55\,^{\circ}$
④ $60\,^{\circ}$ ⑤ $65\,^{\circ}$

해설

$\overline{\mathrm{OC}}$ 를 이으면
$\angle$OAB $+$ $\angle$OBC $+$ $\angle$OCA $= 90\,^{\circ}$ 이므로
$25\,^{\circ} + 40\,^{\circ} +$ $\angle$OCA $= 90\,^{\circ}$, $\angle$OCA $= 25\,^{\circ}$
$\angle$OBC $=$ $\angle$OCB $= 40\,^{\circ}$
$\therefore$ $\angle$C $=$ $\angle$OCB $+$ $\angle$OCA $= 65\,^{\circ}$

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

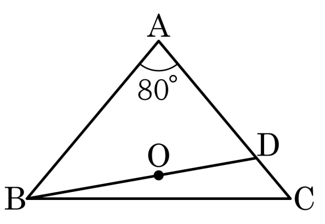


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

13. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에 대해서 점 B 에서 외심 O 를 거쳐 변 AC 까지 선분 $\overline{BD}$ 를 그었다. $\angle A = 80°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?

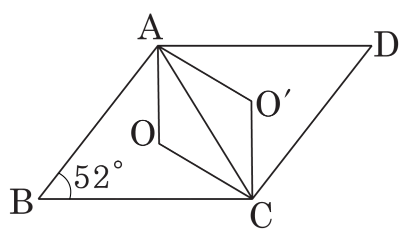


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB$
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$
보조선 $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160°$
점 O 가 외심이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OBC = \angle OCB = 10°$
$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50° - 10° = 40°$

14. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

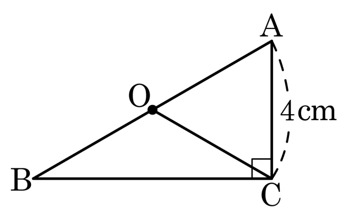


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

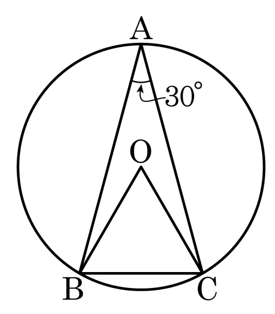
15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이면 $\angle ABC$의 크기는?



① $10°$　② $20°$　③ $30°$
④ $40°$　⑤ 알 수 없다.

해설
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$이고
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$이다.
따라서 $\triangle AOC$는 정삼각형이므로 $\angle OAC=60°$
$\therefore\ \angle ABC=30°$

16. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

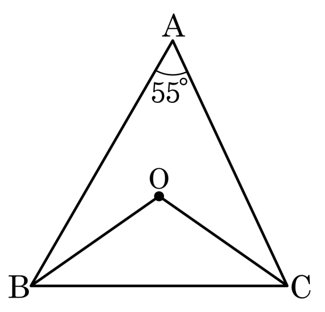


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times 3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ABO + \angle ACO$ 의 크기는?

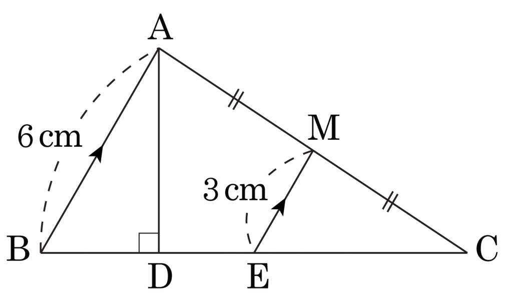


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{OA}$ 를 그으면
$\angle OAB = \angle OBA$
$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle ABO + \angle ACO = \angle OAB + \angle OAC = \angle BAC = 55°$ 이다.

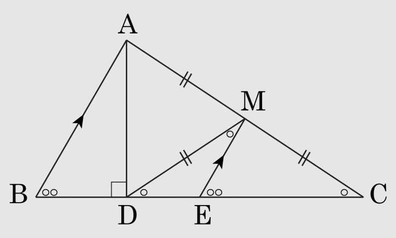
18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{AC}$ 의 중점 M 을 지나 $\overline{AB}$ 에 평행한 선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 E 라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$ 의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

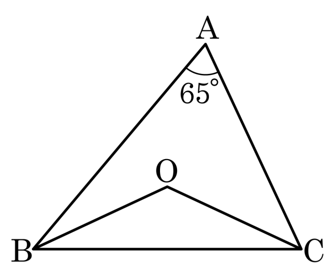
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$

따라서 $\triangle EMD$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 65°$ 일 때, $\angle OBC +$ $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 50 °

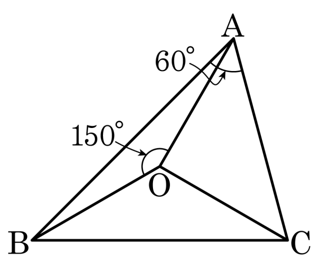
해설

$\angle OAB = \angle OBA, \angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$\angle OBA + \angle A + \angle OCA = 2 \times 65° = 130°$

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 180° - 130° = 50°$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 60°$, $\angle AOB = 150°$ 일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{45°}$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120°$이고,
점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBC$는 $\angle OBC = \angle OCB$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \dfrac{180° - 120°}{2} = 30°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$에서 $\triangle OAB$는 $\angle OAB = \angle OBA$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBA = \dfrac{180° - 150°}{2} = 15°$
$\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45°$