

1. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

2. $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i \\ &= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i \\ &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i \end{aligned}$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서, $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인 x 값을 찾아야 한다.
 $\therefore x = 1$

3. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(1+ai)^2 &= 2i \text{ 에서 } (1-a^2) + 2ai = 2i \\ \text{복소수의 상등에서 } 1-a^2 &= 0, 2a = 2 \\ \therefore a &= 1 \\ \therefore (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1 - (-1) \\ &= 2\end{aligned}$$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\ i^5 &= i^4 \times i = i \\ i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i \end{aligned}$$

5. 복소수 α, β 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha + \bar{\alpha}$ 는 실수이다.

㉡ $\alpha - \bar{\alpha}$ 는 허수이다.

㉢ α^2 이 실수이면 α 도 실수이다.

㉤ $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta} = \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉡, ㉢

해설

$\alpha = a + bi, \beta = c + di$ (a, b, c, d 는 실수) 라 하면

㉠ $\alpha + \bar{\alpha} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

∴ 참

㉡ α 가 실수이면 $\alpha = \bar{\alpha}$ 이므로 $\alpha - \bar{\alpha} = 0$ 이다.

따라서 $\alpha - \bar{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

∴ 거짓

㉢ $i^2 = -1$ 은 실수이지만 i 는 순허수이다.

∴ 거짓

㉤ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{(a + c) + (b + d)i}$
 $= (a + c) - (b + d)i$
 $= (a - bi) + (c - di)$
 $= \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

$\overline{\alpha\beta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i}$
 $= (ac - bd) - (ad + bc)i$
 $= (a - bi)(c - di)$
 $= \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$

∴ 참

6. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

- ① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$$\begin{aligned}\bar{z} &= 1 - i \\ \frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1+i} - \frac{i}{1-i} \\ &= -\frac{2i}{(1+i)(1-i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

7. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$$\begin{aligned} &\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i \text{에서 } \bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i \text{이므로} \\ &\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ &= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ &= 7 - i \end{aligned}$$

8. $(2-i)\bar{z} + 4iz = -1 + 4i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은 ?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$z = a + bi$ 라 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$$(2-i)(a-bi) + 4i(a+bi) = -1 + 4i$$

$$(2a-5b) + (3a-2b)i = -1 + 4i$$

$$\therefore 2a-5b = -1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3a-2b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 1$

$$\therefore z = 2 + i, \quad \bar{z} = 2 - i$$

$$\therefore z\bar{z} = (2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5$$

9. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore 3x^2 - 2x = -1$

10. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$