1. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

$$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2 i - 4x - 4i$$
$$= -4x + (x^2-4)i$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm2$

2. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

3. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2) + 2ai = 2i$
복소수의 상등에서 $1 - a^2 = 0,\ 2a = 2$
$\therefore\ a = 1$
$$\therefore\ (1+ai)(1-ai) = (1+i)(1-i) = 1-(-1) = 2$$

4. $i+i^2+i^3+i^4+i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$i^2=-1,\ i^3=i^2\times i=-i,\ i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1,$

$i^5=i^4\times i=i$

$i+i^2+i^3+i^4+i^5$

$=i+(-1)+(-i)+1+i=i$

5. 복소수 α, β 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고르면? (단, $\overline{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha + \overline{\alpha}$ 는 실수이다. ㉡ $\alpha - \overline{\alpha}$ 는 허수이다. ㉢ α^2 이 실수이면 α 도 실수이다. ㉣ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$ 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉣　⑤ ㉡, ㉣

해설

$\alpha = a + bi$, $\beta = c + di$ (a, b, c, d 는 실수)라 하면

㉠ $\alpha + \overline{\alpha} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

$\therefore$ 참

㉡ α 가 실수이면 $\alpha = \overline{\alpha}$ 이므로 $\alpha - \overline{\alpha} = 0$ 이다.

따라서 $\alpha - \overline{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

$\therefore$ 거짓

㉢ $i^2 = -1$ 은 실수이지만 i 는 순허수이다.

$\therefore$ 거짓

㉣
$$\begin{aligned}\overline{\alpha + \beta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} \\ &= (a + c) - (b + d)i \\ &= (a - bi) + (c - di) \\ &= \overline{\alpha} + \overline{\beta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\alpha\beta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} \\ &= (ac - bd) - (ad + bc)i \\ &= (a - bi)(c - di) \\ &= \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}\end{aligned}$$

$\therefore$ 참

6. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{\bar{z} - 1}{z} - \dfrac{z - 1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$\bar{z} = 1 - i$

$$\begin{aligned}\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1 + i} - \frac{i}{1 - i} \\ &= -\frac{2i}{(1 + i)(1 - i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

7. $\alpha = 1+i$, $\beta = 2-i$ 의 켤레복소수를 각각 $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\overline{\alpha} + \alpha\overline{\beta} + \overline{\alpha}\beta + \overline{\alpha\beta}$ 의 값은?

① 0 ② 3 ③ $7-2i$ ④ $7-i$ ⑤ $7+i$

해설

$\alpha = 1+i$, $\beta = 2-i$ 에서 $\overline{\alpha} = 1-i$, $\overline{\beta} = 2+i$ 이므로

$$\begin{aligned}
&\alpha\overline{\alpha} + \alpha\overline{\beta} + \overline{\alpha}\beta + \overline{\alpha\beta} \\
&= (1+i)(1-i) + (1+i)(2+i) + (1-i)(2-i) + (1-i)(2+i) \\
&= (1+1) + (2-1+3i) + (2-1-3i) + (2+1-i) \\
&= 7-i
\end{aligned}$$

8. $(2-i)\bar{z}+4iz=-1+4i$를 만족하는 복소수 z에 대하여 $z\bar{z}$의 값은 ?
(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$z=a+bi$라 놓으면 $\bar{z}=a-bi$

$(2-i)(a-bi)+4i(a+bi)=-1+4i$

$(2a-5b)+(3a-2b)i=-1+4i$

$\therefore\ 2a-5b=-1 \cdots ㉠$

$3a-2b=4 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=1$

$\therefore\ z=2+i,\quad \bar{z}=2-i$

$\therefore\ z\bar{z}\ =\ (2+i)(2-i)=2^2-i^2=5$

9. $x=\dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2-2x$ 의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ i

해설

$x=\dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$, $3x-1=-\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2-6x+1=-2$, $9x^2-6x=-3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore\ 3x^2-2x=-1$

10. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=-\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=-\sqrt{12}$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}i=-\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}=\sqrt{12}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}i$