

1. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

2. x^3-4x^2+x+6 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x + 1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x + 1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6	
			-1	5	-6	
		1	-5	6	0	

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x + 1)$
 $\therefore f(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

3. 등식 $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

4. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m+2=0 \quad \therefore m=2$

$m=2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x=2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

6. 방정식 $a^2 - (1 + x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x + 3)a - 10$ 의 해는?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a - 2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a - 2)x = (a - 2)(a + 1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x + 3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x + 3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

7. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2 + 2(a-b-m)x - a + m + 1 = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?

① $a = -1, b = 0$

② $a = -1, b = -1$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,

$m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면

$D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이

항상 성립해야 하므로

m 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$

$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1$$

8. 이차다항식 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 두근의 합이 12일 때, 이차방정식 $f(2x) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 라 놓으면

$f(2x) = a(2x - \alpha)(2x - \beta) = 0$

$a\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\left(x - \frac{\beta}{2}\right) = 0, \left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\left(x - \frac{\beta}{2}\right) = 0$

$\alpha + \beta = 12$ 이므로

이 방정식의 두 근 $\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}$ 의 합은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

9. 차가 14 인 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -49

해설

두 수를 x , $x + 14$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라고 하면 $y = x(x + 14) = x^2 + 14x = (x + 7)^2 - 49$
따라서 $x = -7$ 일 때, 최솟값 -49 를 갖는다.

10. x, y 가 실수일 때, $-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12$ 의 최댓값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 = -(x+2)^2 - (y-3)^2 + 1$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x+2)^2 \geq 0, (y-3)^2 \geq 0$$

$$\therefore -x^2 - y^2 - 4x + 6y - 12 \leq 1$$

따라서 $x = -2, y = 3$ 일 때

주어진 식의 최댓값은 1 이다.

11. 다음은 삼차방정식의 근과 계수의 관계를 유도하는 과정을 나타낸 것이다. 이 때, ㉠ ~ ㉣에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 하면 이 방정식의 좌변은 다음과 같이 인수분해할 수 있다.
 $ax^3 + bx^2 + cx + d = a(\text{㉠})(x - \beta)(x - \gamma)$
이 때, 이 등식의 우변을 전개하여 정리하면
 $ax^3 + bx^2 + cx + d = ax^3 - a(\text{㉡})x^2 + a(\text{㉢})x - a(\text{㉣})$ 가 되는데 이것은 x 에 대한 (㉤)이다.
따라서, 이 등식의 동류항의 계수는 서로 같아야 하므로
 $b = -a(\text{㉡}), c = a(\text{㉢}), d = -a(\text{㉣})$
각 식의 양변을 a 로 나누고, 좌변과 우변을 바꾸어 쓰면
 $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
 $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

- ① ㉠ $x + a$
- ② ㉡ $\alpha + \beta + \gamma$
- ③ ㉢ $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
- ④ ㉣ $\alpha\beta\gamma$
- ⑤ ㉤ 항등식

해설

㉠ $x - \alpha$

12. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2} \\ &= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2} \\ &= \frac{x - 1}{x^2} = 1 \end{aligned}$$

13. 등식 $\frac{2x^2 + 13x}{(x+2)(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2}$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

양변에 $(x+2)(x-1)^2$ 을 곱하면
 $2x^2 + 13x = A(x-1)(x+2) + B(x+2) + C(x-1)^2$ 에서
 $x = 1, -2, 0$ 을 차례로 대입하여 A, B, C 를 구하면
 $B = 5, C = -2, A = 4$
 $\therefore A+B+C = 7$

14. 다음 보기 중 $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$

㉡ $b+c$

㉢ $a-c$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)(a^2 - (b+c)a + bc) \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$

15. 세 양수 a, b, c 가 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 를 만족시킬 때 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이라고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$ 에서
 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $a + b + c \neq 0$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$
 $\therefore \frac{1}{2}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$
 $\therefore a = b = c$ ($\because a, b, c$ 는 실수)
따라서 a, b, c 를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그
넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$,
 $a^2 = 1$
 $\therefore a = b = c = 1$
 $\therefore a + b + c = 3$

16. 복소수 $z = a + bi$, $w = b + ai$ (a, b 는 $ab \neq 0$ 인 실수, $i = \sqrt{-1}$)에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $\bar{z}$, $\bar{w}$ 는 각각 z, w 의 켤레복소수이다.)

① $i\bar{z} = w$

② $\frac{\bar{w}}{\bar{z}} = \frac{z}{w}$

③ $z \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot w$

④ $z \cdot \bar{z} = w \cdot \bar{w}$

⑤ $i(\bar{z} + \bar{w}) = z + w$

해설

① : $i\bar{z} = i(a - bi) = b + ai = w$

② : ①에서 $\bar{z} = -iw$ ㉠

같은 방법으로 $\bar{w} = -iz$ ㉡

㉠, ㉡을 대입하면 $\frac{\bar{w}}{\bar{z}} = \frac{-iz}{-iw} = \frac{z}{w}$

③ : ㉠, ㉡을 대입하면

(좌변) $= z \cdot (-iz) = -iz^2$,

(우변) $= (-iw) \cdot w = -iw^2$

$\therefore$ 좌변 $\neq$ 우변

④ : ②에서 $z \cdot \bar{z} = w \cdot \bar{w}$

⑤ : $i(\bar{z} + \bar{w}) = i\bar{z} + i\bar{w} = w + z = z + w$

17. a, b 는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1 - 3i$

② $2 + 3i$

③ $4 - 2i$

④ $-3 + 2i$

⑤ $2 - 5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i$ (a, b 는 양수)

① $1 - 3i$ 에서 $a+b=1, a-b=-3$

$a=-1, b=2 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

② $2 + 3i$ 에서 $a+b=2, a-b=3$

$a=\frac{5}{2}, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4 - 2i$ 에서 $a+b=4, a-b=-2$

$a=1, b=3 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3 + 2i$ 에서 $a+b=-3, a-b=2$

$a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2 - 5i$ 에서 $a+b=2, a-b=-5$

$a=\frac{3}{2}, b=\frac{7}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

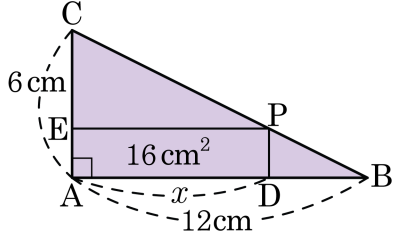
18. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1 \\ &= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1 \\ &\text{이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로} \\ &D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1) \\ &= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8 \\ &= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1 \\ &\text{여기서 } D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0 \text{ 이어야 하므로} \\ &25 - 9 + 8m = 0 \\ &8m = -16 \\ &\therefore m = -2 \end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8(\text{cm})$$

20. 다음과 같은 삼차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 있다.
 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1999$, $Q(x) = -x^3 + cx^2 + dx - 1999$
두 삼차다항식을 $x^2 - 1$ 로 나누면 나머지가 서로 같다고 한다. 이때,
 $P(1999) - Q(1999)$ 의 값은?

- ① -3998
- ② -1999
- ③ 0
- ④ 1999
- ⑤ 3998

해설

$H(x) = P(x) - Q(x)$ 로 놓으면
 $H(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어지므로
 $H(x) = 2x^3 + (a - c)x^2 + (b - d)x + 3998$
 $= (x^2 - 1)(2x - 3998)$ 으로 놓을 수 있다.
($\because x^3$ 의 계수가 2이고 상수항이 3998이므로 $x^2 - 1$ 로 나눈 몫은 $2x - 3998$ 이다.)
 $\therefore P(1999) - Q(1999)$
 $= H(1999)$
 $= (1999^2 - 1)(3998 - 3998)$
 $= 0$

21. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)$, x^2+2x+2 로 나눈 나머지가 각각 16, $-11x+2$ 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 $R(0)$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ -2 ④ 1 ⑤ -4

해설

$R(x)$ 는 삼차 이하의 다항식이므로
 $R(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하면
 $f(x) = (x+2)(x-1)Q_1(x) + 16 \cdots \textcircled{1}$
 $f(x) = (x^2+2x+2)Q_2(x) - 11x + 2$
 $f(x) = (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $= (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + (ax+k)(x^2+2x+2) - 11x + 2$
 $= (x^2+2x+2)\{(x+2)(x-1)Q_3(x) + ax+k\}$
 $- 11x + 2 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $f(1) = 16 = 5(a+k) - 11 + 2$
 $\therefore a+k = 5 \cdots \textcircled{3}$
 $f(-2) = 16 = 2(-2a+k) + 22 + 2$
 $\therefore -2a+k = -4 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 에서 $a = 3, k = 2$
따라서
 $R(x) = (3x+2)(x^2+2x+2) - 11x + 2$
 $\therefore R(0) = 6$

22. $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^{99} + \beta^{99}$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 에서 각각 양변에 2를 곱하고 1을
이항한 후 양변을 제곱해서 정리하면
 $\alpha^2 - \alpha + 1 = 0, \beta^2 - \beta + 1 = 0$
두 식에 각각 $\alpha + 1, \beta + 1$ 를 곱하면
 $(\alpha + 1)(\alpha^2 - \alpha + 1) = 0, (\beta + 1)(\beta^2 - \beta + 1) = 0$
 $\therefore \alpha^3 = -1, \beta^3 = -1$
 $\therefore \alpha^{99} + \beta^{99} = (\alpha^3)^{33} + (\beta^3)^{33} = -1 - 1 = -2$

해설

$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1$ 이므로
 α, β 를 두 근으로 하는 이차방정식을 만들면
 $x^2 - x + 1 = 0$
 $\therefore (x + 1)(x^2 - x + 1) = (x^3 + 1) = 0$
 $\alpha^3 = -1, \beta^3 = -1$
 $\therefore \alpha^{99} + \beta^{99} = (\alpha^3)^{33} + (\beta^3)^{33} = -1 - 1 = -2$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2mx + 2m^2 + m - 2 = 0$ 이 두 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 를 m 에 대한 식으로 나타내고, 이 식의 최댓값과 최솟값을 구하면?

① 최댓값: 8, 최솟값: 2

② 최댓값: 10, 최솟값: 3

③ 최댓값: 12, 최솟값: $\frac{15}{8}$

④ 최댓값: 11, 최솟값: $\frac{21}{8}$

⑤ 최댓값: 13, 최솟값: $\frac{7}{8}$

해설

주어진 방정식이 실근을 가지므로

$$D/4 = m^2 - (2m^2 + m - 2) \geq 0 \text{에서 } -2 \leq m \leq 1$$

$\alpha + \beta = -2m$, $\alpha\beta = 2m^2 + m - 2$ 이므로

$$\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta$$

$$= (-2m)^2 - (2m^2 + m - 2)$$

$$= 2m^2 - m + 2$$

$$= 2\left(m - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \quad (-2 \leq m \leq 1)$$

$$\therefore m = \frac{1}{4} \text{일 때, 최솟값 } \frac{15}{8}$$

$$m = -2 \text{일 때, 최댓값 } 12$$

24. 서로 다른 세 복소수 a, b, c 가 $a + b + c = 0, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ 을 만족할 때, $\frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$a + b + c = 0, a + b = -c \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0, ab + bc + ca = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } ab = -c(a + b) \leftarrow \textcircled{1} \text{대입}$$

$$\therefore ab = c^2 \leftarrow \textcircled{3}$$

마찬가지로

$$bc = a^2 - \textcircled{4}, ca = b^2 - \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} \div \textcircled{4} : \frac{a}{b} = \left(\frac{b}{a}\right)^2, \left(\frac{b}{a}\right)^3 = 1$$

$$\textcircled{4} \div \textcircled{3} : \frac{c}{a} = \left(\frac{a}{c}\right)^2, \left(\frac{a}{c}\right)^3 = 1$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a}, \frac{a}{c} \text{ 는 } t^3 = 1, (t - 1)(t^2 + t + 1) = 0 \text{ 의 근이고 } a, b, c \text{ 가}$$

서로 다른 수이므로

$$\frac{b}{a}, \frac{a}{c} \text{ 는 } t^2 + t + 1 = 0 \text{ 의 근이다.}$$

$$\text{또한 } \textcircled{5} \text{에서 } bc = a^2 \text{ 이므로 } \frac{b}{a} = \frac{a}{c}$$

$$\therefore \frac{b}{a} \text{ 와 } \frac{\bar{a}}{c} \text{ 는 } t^2 + t + 1 = 0 \text{ 의 서로 다른 두 근}$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c} = -1 \text{ (두 근의 합)}$$

25. 어느 가게에서 물건을 파는데 한 개에 80원하는 물건 세 개를 사면 210원, 다섯 개를 사면 320원으로 할인해 준다고 한다. 어느 날 매상액이 모두 1440원이었고 한 명의 고객이 한 개, 세 개, 다섯 개 중 어느 한 가지만 샀다고 할 때, 이 날 물건을 사고 간 고객의 수로 적당하지 않은 것은?
- ① 6명 ② 9명 ③ 12명 ④ 14명 ⑤ 18명

해설

물건을 한 개, 세 개, 다섯 개를 산 사람의 수를 각각 x, y, z 라고 하면
 x, y, z 는 0이상의 정수이고
 $80x + 210y + 320z = 1440$ 양변을 10으로 나누면
 $8x + 21y + 32z = 144 \dots\dots ㉠$
㉠을 변형하면
 $3(48 - 7y) = 8(x + 4z) \dots\dots ㉡$
3, 8이 서로 소이므로
 $48 - 7y = 8k$
 $(k = 0, 1, 2, 3, \dots\dots, 6) \dots\dots ㉢$
㉢을 ㉡에 대입하면
 $x + 4z = 3k \dots\dots ㉣$
㉣에서 $7y = 48 - 8k$,
 $y = \frac{8(6 - k)}{7} \dots\dots ㉤$
㉤에서 $\frac{6 - k}{7}$ 가 정수이므로
 $k = 6, y = 0, x + 4z = 18$
 $\therefore (x, y, z)$
 $= (18, 0, 0), (14, 0, 1), (10, 0, 2),$
 $(6, 0, 3), (2, 0, 4)$
이 날 물건을 구입한 고객의 수는
 $x + y + z$ 이므로
 $x + y + z = 6, 9, 12, 15, 18$ 이다.