1. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3 ② 3.2 ③ 3.4 ④ 3.6 ⑤ 3.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0, \quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

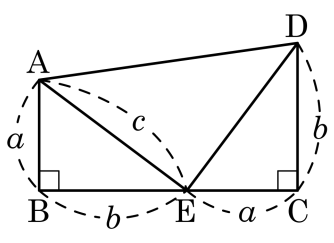
2. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?

① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

3. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

△ABE + △AED + △ECD = □ABCD 이므로
$\frac{1}{2}ab + (\text{가}) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c^2$
② (가) c^2 (나) $b^2+c^2=a^2$
③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2+b^2=c$
④ (가) c^2 (나) $b^2-a^2=c^2$
⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a+b=c$

해설

△ABE + △AED + △ECD = □ABCD 이므로
$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
따라서 $a^2+b^2=c^2$ 이다.

4. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

① 2cm, 3cm, 4cm– 둔각삼각형

② 6cm, 8cm, 10cm– 직각삼각형

③ 6cm, 7cm, 9cm– 예각삼각형

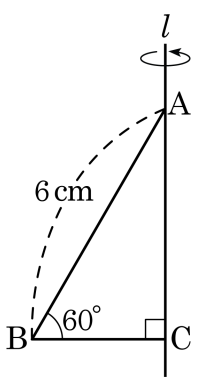
④ 5cm, 12cm, 13cm– 직각삼각형

⑤ 4cm, 5cm, 6cm– 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

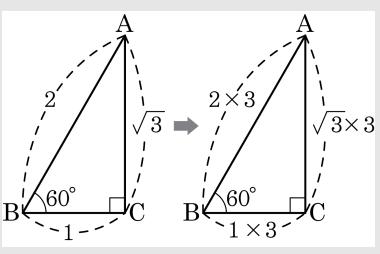
5. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면? (단, $\overline{AB}=6$, $\angle B=60°$, $\angle C=90°$)



① $\sqrt{3}\pi$ ② $3\sqrt{3}\pi$ ③ $9\sqrt{3}\pi$

④ $18\sqrt{3}\pi$ ⑤ $27\sqrt{3}\pi$

해설



$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$ 에서 $6:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=3,\ \overline{AC}=3\sqrt{3}$

따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3}\times 3^2\times\pi\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ 이다.

6. 철수의 4 회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84 점이 되겠는가?

① 90 점 ② 92 점 ③ 94 점 ④ 96 점 ⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80 + 82 + 86 + 76 + x}{5} = 84$$

$$\frac{324 + x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{ 점})$$

7. 다음은 민영이네 반 학생의 몸무게를 조사하여 만든 도수분포표이다. 몸무게의 평균이 49.75kg 일 때, B – 2A 의 값을 구하여라.

계급(kg)	도수
$35^{\text{이상}} \sim 40^{\text{미만}}$	1
$40^{\text{이상}} \sim 45^{\text{미만}}$	7
$45^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	A
$50^{\text{이상}} \sim 55^{\text{미만}}$	8
$55^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	5
$60^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
합계	B

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$1+7+A+8+5+3=B$

$A-B=-24\cdots$㉠

학생의 몸무게의 평균이 49.75kg이므로

$$\frac{37.5\times1+42.5\times7+47.5\times A+52.5\times8}{B}+\frac{57.5\times5+62.5\times3}{B}=49.75$$

$$\frac{37.5+297.5+47.5A+420+287.5+187.5}{B}=49.75$$

$47.5A+1230=49.75$

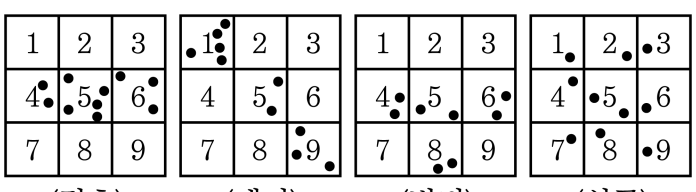
$B-1.9A+1.99B=49.2$

$-190A+199B=492\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=16,\ B=40$

$\therefore\ B-2A=40-2\times16=8$

8. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.


〈정호〉 〈제기〉 〈범진〉 〈성규〉

▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

9. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

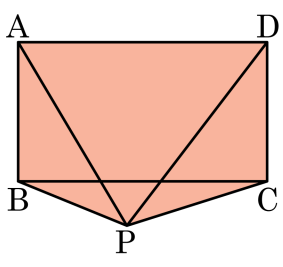
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

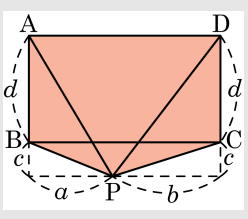
$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{\mathrm{PA}}^2 = 20$, $\overline{\mathrm{PB}}^2 = 5$, $\overline{\mathrm{PD}}^2 = 25$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하면?



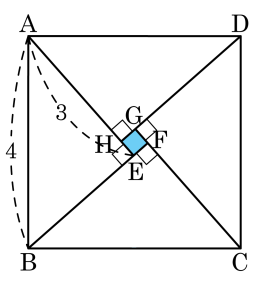
① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{\mathrm{PC}} = \sqrt{10}$

11. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 3$ 일 때, 사각형 EFGH 의 넓이를 구하면?



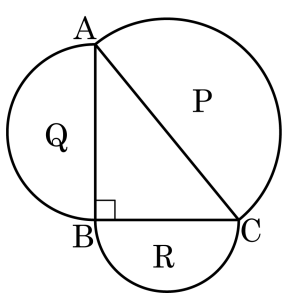
① 9 ② $3 - \sqrt{7}$ ③ $9 - \sqrt{7}$

④ $16 - 2\sqrt{7}$ ⑤ $16 - 6\sqrt{7}$

해설

$\overline{BE} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$
$\overline{EF} = 3 - \sqrt{7}$
따라서 $\square EFGH = (3 - \sqrt{7})^2 = 16 - 6\sqrt{7}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$ ㉡ $Q = P - R$

㉢ $P = 2(Q - R)$ ㉣ $P = Q + R$

㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은
㉡$Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

13. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

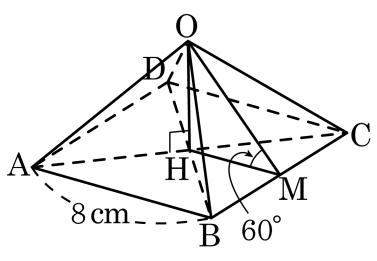
해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2} = \sqrt{34}$

$a^2-2a-8=0\ ,\ (a-4)(a+2)=0$

$\therefore a=4$

14. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH} \perp \overline{AC}$, $\angle OMH = 60°$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



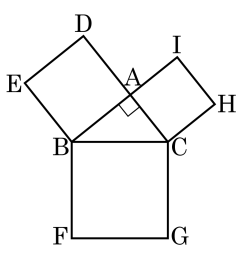
① $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ② $\frac{64\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ③ $\frac{128\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$
④ $\frac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ⑤ $\frac{512\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\text{cm}$
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\text{cm})$
$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore (\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \frac{256\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$

15. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?

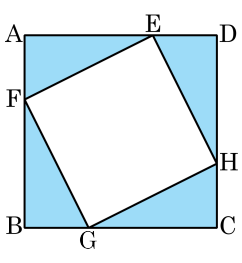


① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC
□BFGC – □ACHI = □ADEB
따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

16. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.
$\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AE} = k\ (k > 0)$ 라 하면
$(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

17. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

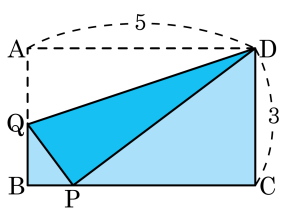
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

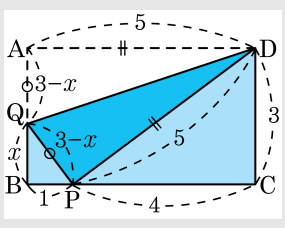
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

18. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

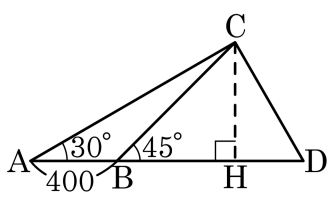


$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$

$\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$

$\triangle BPQ$ 에서 $(3-x)^2 = x^2 + 1$, $6x = 8$ $\therefore$ $x = \frac{4}{3}$

19. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB}=400$, $\angle A=30°$, $\angle CBH=45°$
㉡ $\overline{CH}\perp\overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$ ② $100(\sqrt{3}+1)$ ③ $200(\sqrt{3}+1)$
④ $300(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

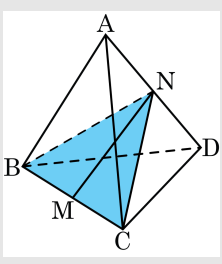
$\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=x$
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$
$x:(400+x)=1:\sqrt{3}$
$400+x=\sqrt{3}x$
$(\sqrt{3}-1)x=400$
$x=200(\sqrt{3}+1)$

20. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설



다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면
$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle NMC = 90°$ 이다.
따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$\overline{NC} = \overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

21. 세 실수 a, b, c 가 $a^2+b^2+c^2=24$, $a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 이므로

$\frac{2(a+b+c)}{3}=4$, $a+b+c=6$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$ 이다.

22. 사각형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 길이는 각각 5, 6 이고, 대각선 AC, BD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN} = 1$ 일 때, $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

보조선 BM 와 DM 를 그으면
△ABC 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2(\overline{BM^2} + \overline{AM^2}) \cdots ①$
△ADC 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 = 2(\overline{DM^2} + \overline{AM^2}) \cdots ②$
① + ② 을 하면
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$
$= 2(\overline{BM^2} + \overline{DM^2}) + 4\overline{AM^2}$
△BMD 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{BM^2} + \overline{DM^2} = 2(\overline{MN^2} + \overline{DN^2}) \cdots ③$
또, $\overline{AC} = 2\overline{AM}$ 이므로 $\overline{AC^2} = 4\overline{AM^2} \cdots ④$
$\overline{BD} = 2\overline{DN}$ 이므로 $\overline{BD^2} = 4\overline{DN^2} \cdots ⑤$
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$
$= 2(\overline{BM^2} + \overline{DM^2}) + 4\overline{AM^2}$
$= 4(\overline{DN^2} + \overline{MN^2}) + 4\overline{AM^2}$ ($\because$ ③)
$= 4\overline{AM^2} + 4\overline{DN^2} + 4\overline{MN^2}$
$= \overline{AC^2} + \overline{BD^2} + 4\overline{MN^2}$ ($\because$ ④, ⑤)
따라서, $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2$
$= 5^2 + 6^2 + 4 = 65$ 이다.

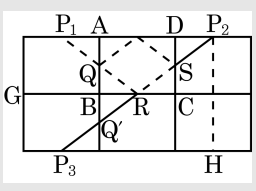
23. 가로와 세로의 길이가 각각 4, 3 인 직사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



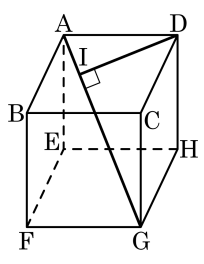
$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$

$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q′ 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H^2} + \overline{P_2H^2}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

$\triangle \mathrm{DGH}$ 에서 $\overline{\mathrm{DG}}^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 24$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DG}} = 2\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})\ \left(\because\ \overline{\mathrm{DG}} > 0\right)$

$\triangle \mathrm{AGD}$ 에서 $\angle \mathrm{ADG} = 90^\circ$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{DG}} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{DI}}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{\mathrm{DI}}$

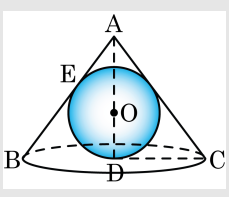
$\therefore\ \overline{\mathrm{DI}} = 2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

25. 밑면의 반지름의 길이가 6, 높이가 8 인 원뿔에 내접한 구의 부피를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36π

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$ 이므로 $\overline{AE} = 10 - 6 = 4$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle AEO$ 에서 $\overline{AO} = 8 - r$ 이므로

$4^2 + r^2 = (8 - r)^2$

$\therefore\ r = 3$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.