1. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3　② 3.2　③ 3.4　④ 3.6　⑤ 3.8

해설

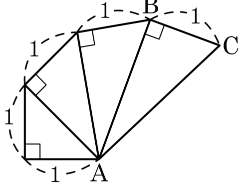
편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0,\quad x+2=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는 ?



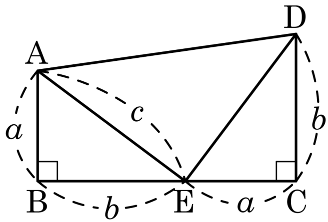
① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{5}$이다.

3. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로 $\frac{1}{2}ab +$ (가) $+ \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$ 따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

해설

$\triangle ABE + \triangle AED + \triangle ECD = \square ABCD$ 이므로

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

4. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 않은 것은?

① $2\text{cm}, 3\text{cm}, 4\text{cm}-$ 둔각삼각형

② $6\text{cm}, 8\text{cm}, 10\text{cm}-$ 직각삼각형

③ $6\text{cm}, 7\text{cm}, 9\text{cm}-$ 예각삼각형

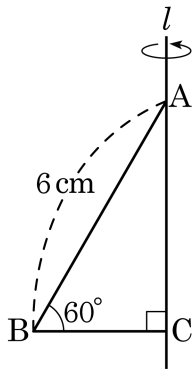
④ $5\text{cm}, 12\text{cm}, 13\text{cm}-$ 직각삼각형

⑤ $4\text{cm}, 5\text{cm}, 6\text{cm}-$ 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

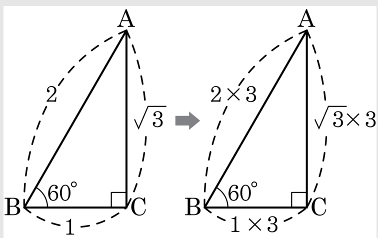
5. 다음 그림과 같은 도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면? (단, $\overline{AB}=6$, $\angle B=60°$, $\angle C=90°$)



① $\sqrt{3}\pi$ ② $3\sqrt{3}\pi$ ③ $9\sqrt{3}\pi$

④ $18\sqrt{3}\pi$ ⑤ $27\sqrt{3}\pi$

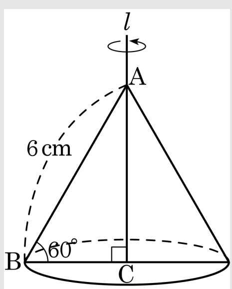
해설



$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$ 에서 $6:\overline{BC}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=3,\ \overline{AC}=3\sqrt{3}$

따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3}\times 3^2\times\pi\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ 이다.



6. 철수의 4회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84점이 되겠는가?

① 90점　② 92점　③ 94점　④ 96점　⑤ 98점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x점이라고 하면

$$(\text{평균})=\frac{80+82+86+76+x}{5}=84$$

$$\frac{324+x}{5}=84$$

$$324+x=420$$

$$\therefore x=96(\text{점})$$

7. 다음은 민영이네 반 학생의 몸무게를 조사하여 만든 도수분포표이다. 몸무게의 평균이 49.75kg 일 때, B − 2A 의 값을 구하여라.

계급(kg)	도수
$35^{이상} \sim 40^{미만}$	1
$40^{이상} \sim 45^{미만}$	7
$45^{이상} \sim 50^{미만}$	A
$50^{이상} \sim 55^{미만}$	8
$55^{이상} \sim 60^{미만}$	5
$60^{이상} \sim 65^{미만}$	3
합계	B

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$1+7+A+8+5+3=B$

$A-B=-24 \cdots ㉠$

학생의 몸무게의 평균이 49.75kg 이므로

$$\frac{37.5\times1+42.5\times7+47.5\times A+52.5\times8}{B}+$$

$$\frac{57.5\times5+62.5\times3}{B}=49.75$$

$$\frac{37.5+297.5+47.5A+420+287.5+187.5}{B}=49.75$$

$47.5A+1230=49.75$

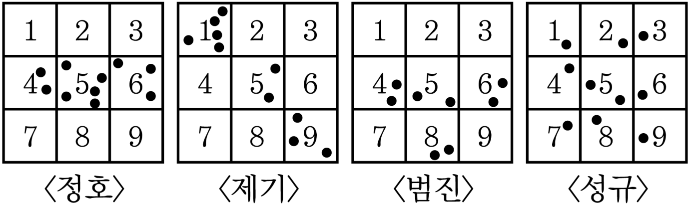
$B-1.9A+1.99B=49.2$

$-190A+199B=492\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=16,\ B=40$

$\therefore\ B-2A=40-2\times16=8$

8. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

9. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	3
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	2
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

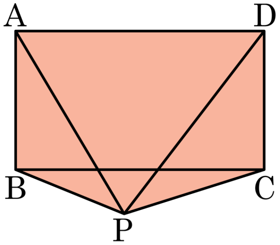
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

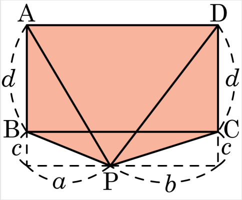
$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{PA}^2 = 20,\ \overline{PB}^2 = 5,\ \overline{PD}^2 = 25$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?



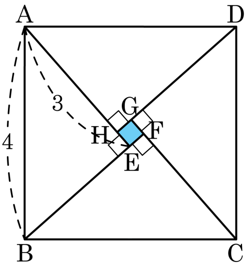
① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10}$

11. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 3$ 일 때, 사각형 EFGH 의 넓이를 구하면?



① 9 ② $3 - \sqrt{7}$ ③ $9 - \sqrt{7}$

④ $16 - 2\sqrt{7}$ ⑤ $16 - 6\sqrt{7}$

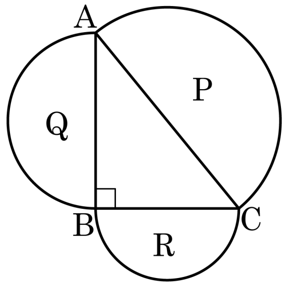
해설

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$

$\overline{\mathrm{EF}} = 3 - \sqrt{7}$

따라서 □EFGH $= (3 - \sqrt{7})^2 = 16 - 6\sqrt{7}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$ ㉡ $Q = P - R$

㉢ $P = 2(Q - R)$ ㉣ $P = Q + R$

㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은

㉡$Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

13. 좌표평면 위의 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

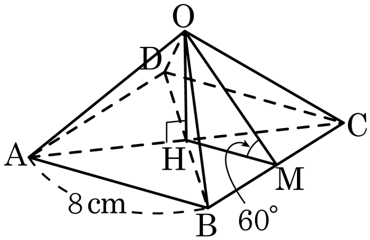
해설

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3+2)^2+(a-1)^2} = \sqrt{34}$

$a^2 - 2a - 8 = 0$, $(a-4)(a+2) = 0$

$\therefore a = 4$

14. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH}\perp\overline{AC}$, $\angle OMH = 60°$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$　② $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$　③ $\dfrac{128\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$
④ $\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$　⑤ $\dfrac{512\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\text{cm}$

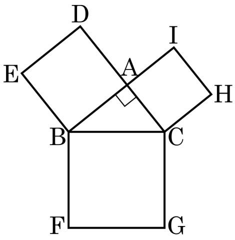
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\text{cm})$

$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \dfrac{256\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$

15. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21　② 22　③ 23

④ 24　⑤ 25

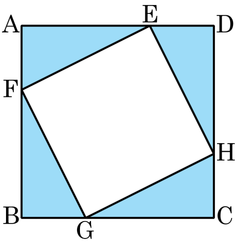
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

16. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AF}} = 2 : 1$, $\overline{\mathrm{EF}} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{AF}}^2 = \overline{\mathrm{EF}}^2$ 이 성립한다.

$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AF}} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}} = 2\mathrm{k}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \mathrm{k}\ (\mathrm{k} > 0)$ 라 하면 $(2\mathrm{k})^2 + \mathrm{k}^2 = 5$ 에서 $\mathrm{k} = 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = 1$, $\overline{\mathrm{AE}} = 2$ 가 성립한다.

따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{AF}} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

17. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

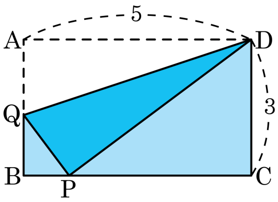
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

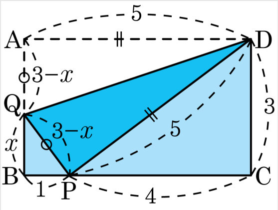
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

18. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{3}{4}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{7}{5}$　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{4}$

해설

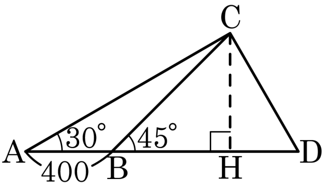


$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$

$\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$

$\triangle BPQ$ 에서 $(3-x)^2 = x^2 + 1$, $6x = 8$ $\therefore$ $x = \frac{4}{3}$

19. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB} = 400$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ ㉡ $\overline{CH} \perp \overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$ ② $100(\sqrt{3}+1)$ ③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

$x : (400 + x) = 1 : \sqrt{3}$

$400 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3} - 1)x = 400$

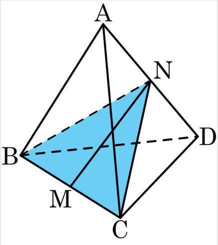
$x = 200(\sqrt{3}+1)$

20. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면

$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle NMC = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$$\overline{NC} = \overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

21. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$

따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$$ 이다.

22. 사각형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 길이는 각각 5, 6 이고, 대각선 AC, BD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{\mathrm{MN}} = 1$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

보조선 BM 와 DM 를 그으면

$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 = 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{AM}^2}) \cdots$ ①

$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 2(\overline{\mathrm{DM}^2} + \overline{\mathrm{AM}^2}) \cdots$ ②

① + ② 을 하면

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$

$= 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$

$\triangle$BMD 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2} = 2(\overline{\mathrm{MN}^2} + \overline{\mathrm{DN}^2}) \cdots$ ③

또, $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{AM}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}^2} = 4\overline{\mathrm{AM}^2} \cdots$ ④

$\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DN}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}^2} = 4\overline{\mathrm{DN}^2} \cdots$ ⑤

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$

$= 2(\overline{\mathrm{BM}^2} + \overline{\mathrm{DM}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$

$= 4(\overline{\mathrm{DN}^2} + \overline{\mathrm{MN}^2}) + 4\overline{\mathrm{AM}^2}$ ($\because$ ③)

$= 4\overline{\mathrm{AM}^2} + 4\overline{\mathrm{DN}^2} + 4\overline{\mathrm{MN}^2}$

$= \overline{\mathrm{AC}^2} + \overline{\mathrm{BD}^2} + 4\overline{\mathrm{MN}^2}$ ($\because$ ④, ⑤)

따라서, $\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 + \overline{\mathrm{DA}}^2$

$= 5^2 + 6^2 + 4 = 65$ 이다.

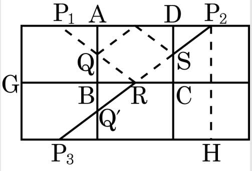
23. 가로와 세로의 길이가 각각 4, 3 인 직사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



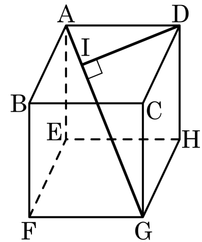
$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$

$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{\text{AG}} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\ (\text{cm})$

$\triangle\text{DGH}$ 에서 $\overline{\text{DG}}^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 24$

$\therefore\ \overline{\text{DG}} = 2\sqrt{6}\ (\text{cm})\ \left(\because\ \overline{\text{DG}} > 0\right)$

$\triangle\text{AGD}$ 에서 $\angle\text{ADG} = 90°$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{\text{AD}} \times \overline{\text{DG}} = \frac{1}{2} \times \overline{\text{AG}} \times \overline{\text{DI}}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{\text{DI}}$

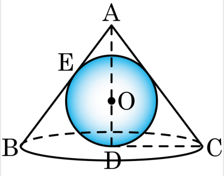
$\therefore\ \overline{\text{DI}} = 2\sqrt{2}\ (\text{cm})$

25. 밑면의 반지름의 길이가 6, 높이가 8 인 원뿔에 내접한 구의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36π

해설



$\triangle$ABD 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$ 이므로 $\overline{AE} = 10 - 6 = 4$

구 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle$AEO 에서 $\overline{AO} = 8 - r$ 이므로

$4^2 + r^2 = (8 - r)^2$

$\therefore \ r = 3$

따라서 구의 부피는 $\dfrac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ 이다.