1. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

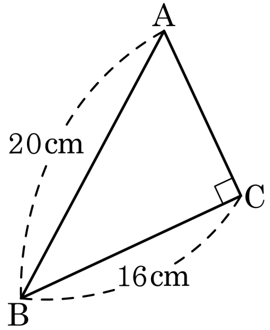
학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

2. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2　② 94cm^2　③ 96cm^2　④ 98cm^2　⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

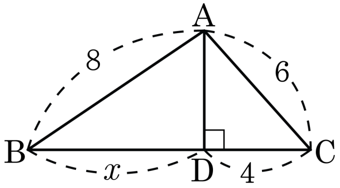
$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 x의 값은?



① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{11}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

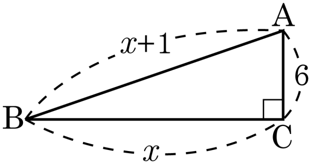
해설

$\triangle$ADC 에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\triangle$ABD 에서

$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$

4. $\triangle ABC$ 에서 적절한 x 값을 구하면?



① 16 ② 16.5 ③ 17 ④ 17.5 ⑤ 18

해설

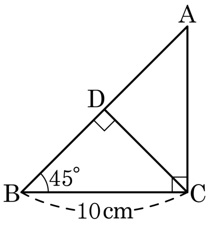
$(x+1)^2 = x^2 + 6^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 36$

$2x = 35$

$\therefore\ x = 17.5$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

해설

$\overline{AC} = 10\,\text{cm}$

$\overline{AB} = 10\sqrt{2}$

$\triangle ABC = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{2} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{CD} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

6. 영이의 4 회에 걸친 수학 성적이 $90, 84, 88, 94$ 점이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점이 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 점

▷ 정답 : 94 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90$$

$$\therefore x = 450 - 356 = 94$$

7. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

8. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답 : ______ 점

▶ 답 : ______ 점

▷ 정답 : 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답 : 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$$\frac{72 + a + 80 + 84 + b + 81 + 86}{7} = 80,$$

$a + b = 157$ 이다.

$$\frac{64 + (a - 80)^2 + 0 + 16 + (b - 80)^2 + 1 + 36}{7} = \frac{146}{7},$$

$(a - 80)^2 + (b - 80)^2 = 29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a = 75,\ b = 82$ 이다.

9. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

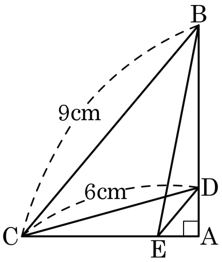
평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

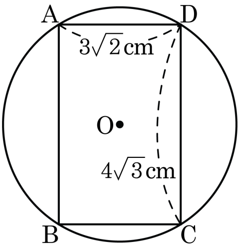
해설

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\},$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$$

$$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

11. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$cm , 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① $6\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $12\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $33\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　④ $\frac{33}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $66\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{3})^2$

$\overline{\mathrm{AC}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{66}\,\mathrm{cm}$

이 원의 지름이 $\sqrt{66}\,\mathrm{cm}$ 이므로

반지름은 $\frac{\sqrt{66}}{2}\,\mathrm{cm}$ 이고 이 원의 넓이는

$\frac{\sqrt{66}}{2} \times \frac{\sqrt{66}}{2} \times \pi = \frac{33}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

12. 좌표평면 위에 점 A(0, −1), 점 B(2, 3), 점 C(−1, 2) 를 연결하여 만든 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 예각삼각형

③ 둔각삼각형 ④ 직각이등변삼각형

⑤ 삼각형이 될 수 없다.

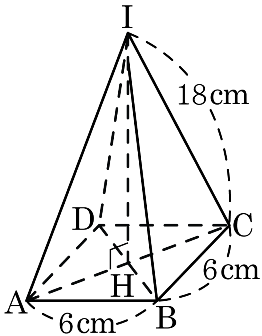
해설

$\overline{AB} = \sqrt{(2-0)^2+(3+1)^2} = \sqrt{20}$
$\overline{BC} = \sqrt{(-1-2)^2+(2-3)^2} = \sqrt{10}$
$\overline{CA} = \sqrt{(-1-0)^2+(2+1)^2} = \sqrt{10}$

$\left(\sqrt{20}\right)^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2$

따라서 직각이등변삼각형이다.

13. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 구하여라.



① 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $32\sqrt{34}$cm^3

② 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $34\sqrt{34}$cm^3

③ 높이 : $3\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

④ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $36\sqrt{34}$cm^3

⑤ 높이 : $4\sqrt{34}$cm, 부피 : $38\sqrt{34}$cm^3

해설

(높이) $= \sqrt{18^2 - (3\sqrt{2})^2}$

$= \sqrt{324 - 18}$

$= 3\sqrt{34}$(cm)

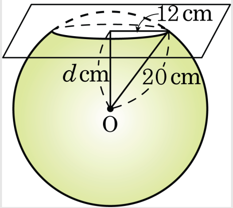
(부피) $= \dfrac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{34} = 36\sqrt{34}$(cm^3)

14. 반지름이 20cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이다. 이 평면과 구의 중심과의 거리는?

① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

평면과 구의 중심과의 거리를 d cm라 하면 $20^2 = d^2 + 12^2$, $d^2 = 256$, $\therefore d = 16(\text{cm})$



15. x, y, z 의 평균이 5 이고 분산이 2 일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 8 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$\therefore x + y + z = 15 \cdots$ ㉠

또, 분산이 2 이므로 $\dfrac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 6$

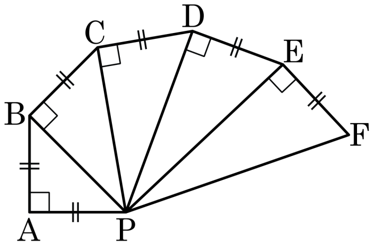
위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$

$x^2 + y^2 + z^2 = 81$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\dfrac{81}{3} = 27$ 이다.

16. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?



① $\overline{PB}$　② $\overline{PC}$　③ $\overline{PD}$　④ $\overline{PE}$　⑤ $\overline{PF}$

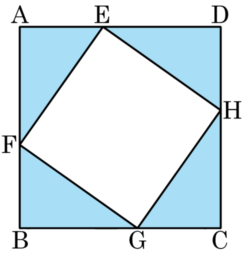
해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

17. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. □ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{DE}}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

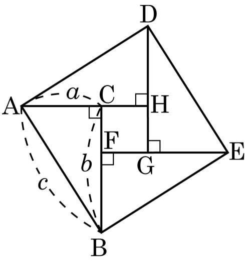
$\overline{\mathrm{AE}} = a$, $\overline{\mathrm{DE}} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 △AEF 의 넓이는 $\dfrac{18\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{2}ab$

□ABCD 의 둘레의 길이가 $12\left(1+\sqrt{3}\right)$ 이므로 $4(a+b) = 12\left(1+\sqrt{3}\right)$

따라서 $a+b=3+3\sqrt{3}$, $ab = \dfrac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 9+18\sqrt{3}+27-18\sqrt{3} = 36$ 이다.

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle \mathrm{ABC} \equiv \triangle \mathrm{EDG}$

② $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{GE}} = \overline{\mathrm{CF}}$

③ $\overline{\mathrm{FG}} = b - a$

④ $\square \mathrm{ABED} = \square \mathrm{CFGH} + \triangle \mathrm{AHD} + \triangle \mathrm{ABC} + \triangle \mathrm{EFB} + \triangle \mathrm{GDE}$

⑤ $\square \mathrm{CFGH}$는 정사각형

해설

② $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{GE}} = \overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{BC}} - \overline{\mathrm{BF}}$

19. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

① 2, 3, 4 ② 7, 11, 13 ③ 3, 4, 5

④ $\sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{17}$ ⑤ 1, $\sqrt{3}, 2$

해설

① $2^2 + 3^2 < 4^2$
② $7^2 + 11^2 > 13^2$
③ $3^2 + 4^2 = 5^2$
④ $7 + 10 = 17$
⑤ $1 + 3 = 4$

20. 두점 $A(1,\ 2)$ $B(-5,\ 0)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{BP} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{AP} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$

$\overline{BP} = \overline{AP}$ 이므로

$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5$ $\therefore$ $P(0, -5)$

21. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6 이고 표준편차가 5 일 때, 다음 10개의 변량의 평균, 표준편차를 차례대로 구하여라.

$$-x_1+2, -x_2+2, \cdots, -x_{10}+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -4

▷ 정답 : 표준편차 : 5

해설

$\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}=6$

$x_1+x_2+\cdots+x_{10}=60 \cdots$ ㉠

$\dfrac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2}{10}$

$=5^2=25 \cdots$ ㉡

이 때, $-x_1+2, -x_2+2, \cdots, -x_{10}+2$ 의 평균은

$\dfrac{-(x_1+x_2+\cdots+x_{10})+20}{10}=\dfrac{-60+20}{10}$

$=\dfrac{-40}{10}=-4(\because$ ㉠$)$

분산은

$\dfrac{\{-x_1+2-(-4)\}+\{-x_2+2-(-4)\}}{10}$

$+\dfrac{+\cdots+\{-x_{10}+2-(-4)\}}{10}$

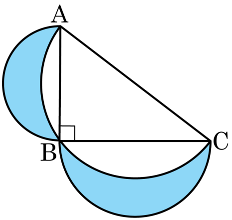
$=\dfrac{(-x_1+6)^2+(-x_2+6)^2+\cdots+(-x_{10}+6)^2}{10}$

$=\dfrac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2}{10}$

$=5^2=25(\because$ ㉡$)$

따라서 평균은 -4, 표준편차는 $\sqrt{25}=5$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면

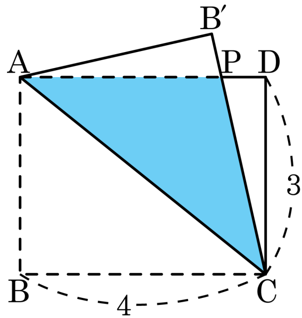
(색칠한 부분의 넓이)

$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$

$= \triangle ABC \ (\because \ S_1 + S_2 = S_3)$

$= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

23. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변 AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{75}{16}$ cm²

해설

$\overline{\text{AP}}$ 의 길이를 $x$cm 라 하면

$\overline{\text{PD}} = 4 - x(\text{cm})$

△AB′P 와 △CDP 는 서로 합동이므로

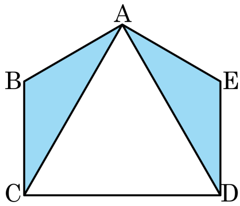
$\overline{\text{PD}} = \overline{\text{PB}'} = 4 - x(\text{cm})$

$x^2 = (4-x)^2 + 3^2$,$x = \frac{25}{8}$

(△ACP 의 넓이)

$= 6 - \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times 3 = \frac{75}{16}(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림의 오각형 ABCDE 에서 $\angle A = \angle B = 120°$, $\angle C = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = \overline{AE} = 6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

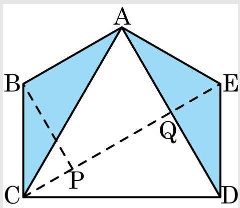


▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$\overline{BC} = \overline{AE}$, $\angle A = \angle B$ 이므로 □ABCE 는 등변사다리꼴이다.
점 A, B 에서 $\overline{CE}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면



$\overline{CP} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고 $\overline{BP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AE} = \overline{DE} = 6$ 이므로

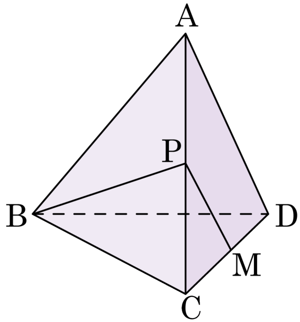
$$\therefore\ \overline{CP} = \frac{1}{2}\times 6 = 3,\ \overline{BP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\times 6 = 3\sqrt{3}$$
$$\therefore\ \overline{CE} = \overline{CP} + \overline{PQ} + \overline{QE} = 3 + 6 + 3 = 12$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 오각형 ABCDE 의 넓이에서 삼각형 ACD 의 넓이를 뺀 값이다.

$\therefore \triangle CDE + □ABCE - \triangle ACD$

$$= \frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3} + \frac{1}{2}\times(6+12)\times3\sqrt{3} - \frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times(6+3) = 18\sqrt{3}$$

25. 다음과 같이 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체의 겉면을 따라 점 B 에서 모서리 CD 의 중점 M 까지 가는 최소 거리를 구하여라.

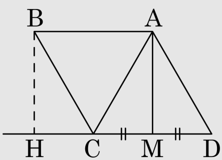


▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{7}$

해설

점 B 에서 점 M 까지 움직인 거리의 전개도에서



$\triangle$BCM 의 점 B 에서 $\overline{\mathrm{CM}}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\triangle$BHC 에서 $\angle$BCH $= 60°$ 이므로 $\overline{\mathrm{CH}} = 6$, $\overline{\mathrm{BH}} = 6\sqrt{3}$

따라서 $\triangle$BHM 에서 $\overline{\mathrm{BM}} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 12^2} = \sqrt{252} = 6\sqrt{7}$ 이다.