

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

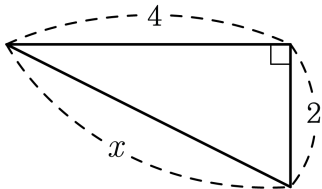
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\sqrt{5}$

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라

$$4^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 = 20$$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

3. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

② $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

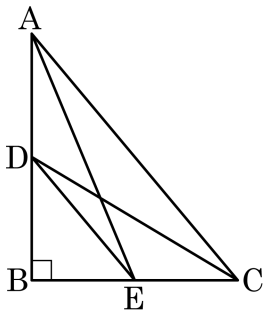
④ $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle c = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 성립하게 되면 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고 이때 $\angle C > 90^\circ$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?



① $\sqrt{21}$

② $\sqrt{23}$

③ 5

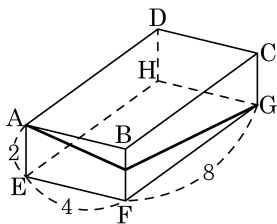
④ $3\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{29}$

해설

$$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 \text{ 이므로 } \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$$

5. 다음 식육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하여라.

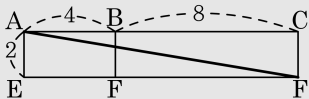


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{37}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$$



6. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 62kg

③ 64kg

④ 66kg

⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore x = 136(\text{kg})$$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$$\frac{136}{2} = 68(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

7. 다음은 선영이네 반 학생의 미술 실기 점수를 조사하여 만든 도수분포표이다. 실기 점수의 평균이 73.5 점일 때, $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

계급 (점)	도수
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	2
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	5
$70^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	x
$80^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	4
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	1
합계	y

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2 + 5 + x + 4 + 1 = y$$

$$x - y = -12 \cdots \textcircled{㉠}$$

학생의 점수의 평균이 73.5 점이므로

$$\frac{55 \times 2 + 65 \times 5 + 75 \times x + 85 \times 4 + 95 \times 1}{y} = 73.5,$$

$$\frac{110 + 325 + 75x + 340 + 95}{y} = 73.5$$

$$870 + 75x = 73.5y \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 8$, $y = 20$

$$\therefore y - 2x = 20 - 2 \times 8 = 4$$

8. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

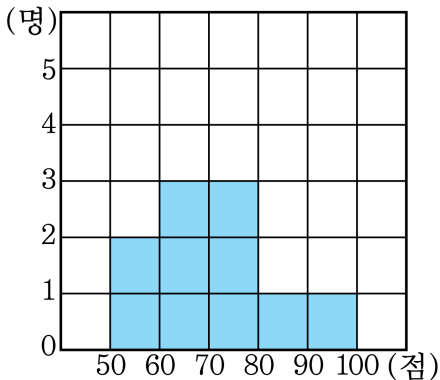
$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

9. 다음 히스토그램은 학생 10명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 12

② 72

③ 80

④ 120

⑤ 144

해설

$$\begin{aligned} \text{평균: } & \frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1}{10} + \\ & \frac{95 \times 1}{10} = 71 \end{aligned}$$

$$\text{편차: } -16, -6, 4, 14, 24$$

$$\begin{aligned} \text{분산: } & \frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3}{10} + \\ & \frac{14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \\ & \frac{1440}{10} = 144 \end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

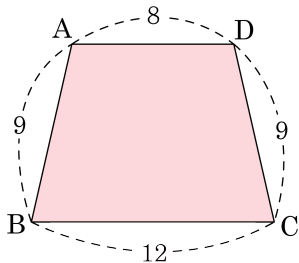
① $20\sqrt{77}$

② $10\sqrt{77}$

③ 180

④ 90

⑤ $30\sqrt{5}$



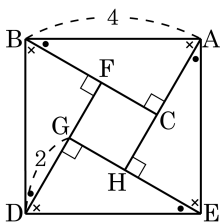
해설

사다리꼴 ABCD 의 높이를 h 라 하면

$$h^2 = 9^2 - 2^2 = 77, h = \sqrt{77}$$

$$\therefore (\text{사다리꼴의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 + 12) \times \sqrt{77} = 10\sqrt{77}$$

11. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$
- ② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ③ $\overline{EH} = 2\text{ cm}$
- ④ $\overline{CF} = 2\text{ cm}$
- ⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\text{ cm}^2$

해설

$\triangle ABC \cong \triangle BDF \cong \triangle DEG \cong \triangle EAH$ (RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{ cm})$

12. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 의 값은?

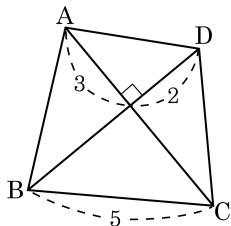
① 34

② 35

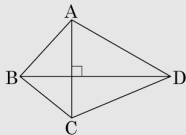
③ 36

④ 37

⑤ 38



해설

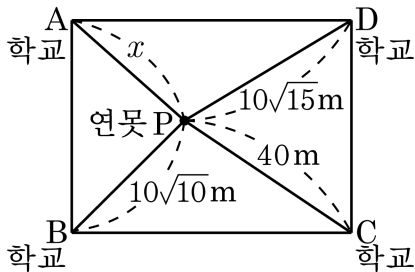


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\sqrt{13})^2 + 5^2 = 38$$

13. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



① 6 초

② 8 초

③ 10 초

④ 12 초

⑤ 14 초

해설

$$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m 이다.}$$

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \text{ 이므로 구하는 시간은 } \frac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12 \text{ (초)}$$

이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

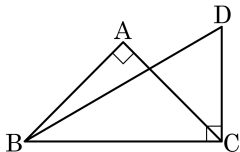
① $\sqrt{6}$

② 3

③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{6}$



해설

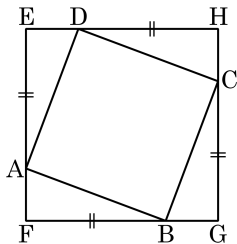
$\angle CBD = 30^\circ$ 이므로

$$\sqrt{3} : 2 = \overline{BC} : 4\sqrt{3}, \overline{BC} = 6$$

$\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ 이므로 $1 : \sqrt{2} = \overline{AB} : 6$

$$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{2}$$

15. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① 3 cm

② $\frac{7}{2}$ cm

③ 4 cm

④ 8 cm

⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} = 11 \text{ cm}$ 이다.

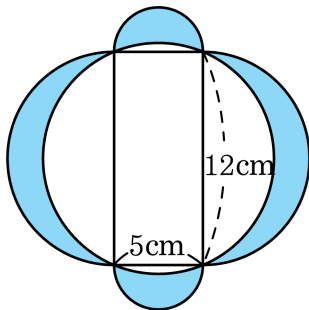
$\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

16. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

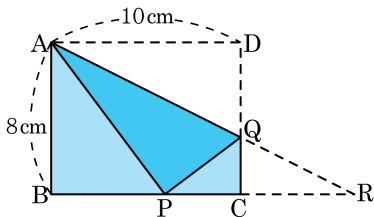
▶ 정답 : 60cm²

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.

$$\therefore 5 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$$

17. 다음 그림과 같이 □ABCD의 꼭짓점 D가 $\overline{BC}$ 위의 점 P에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\text{ cm}$, $\overline{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle APR$ 의 넓이는?



- ① 36 cm^2 ② 38 cm^2 ③ 40 cm^2
 ④ 42 cm^2 ⑤ 44 cm^2

해설

$$\overline{AP} = 10(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{BP} = 6(\text{cm})$$

따라서, $\overline{PC} = 4(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$$\overline{CQ} = (8 - x)\text{ cm}$$

$$\triangle PQC \text{ 에서 } x^2 = (8 - x)^2 + 4^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$

$\triangle ADQ \sim \triangle RCQ$ (AA 닮음) 이므로

$$10 : \overline{CR} = 5 : 3$$

$$\therefore \overline{CR} = 6(\text{cm})$$

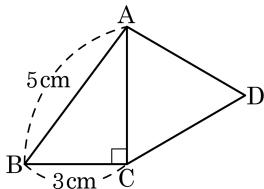
$$\therefore \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$$

18. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ACD 의 넓이를 구하면?

① 4 cm^2 ② $4\sqrt{2}\text{ cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $2\sqrt{2}\text{ cm}^2$

⑤ $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$

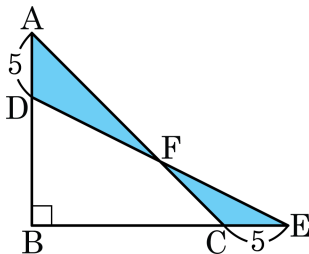


해설

$\overline{AC} = 4\text{ cm}$ 이므로

$$\triangle ACD \text{ 의 넓이 } S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 5$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이와 $\triangle ECF$ 의 넓이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

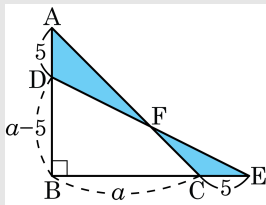
▷ 정답 : 12.5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 라 하면

$$\triangle ADF = \triangle ABC - \square DBCF$$

$$\triangle ECF = \triangle DBE - \square DBCF$$

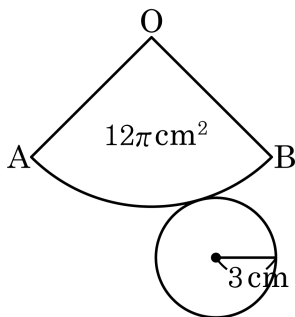


$$\triangle ADF - \triangle ECF = \triangle ABC - \triangle DBE$$

$$= \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a+5)(a-5)$$

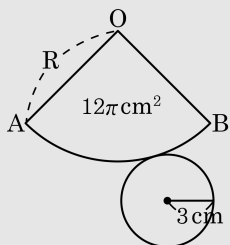
$$= \frac{25}{2} = 12.5$$

20. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$ ② $\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $\sqrt{7}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{13}\text{cm}$

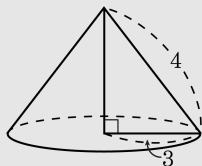
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

부채꼴 넓이가 $S = \frac{1}{2}Rl = \frac{1}{2} \times R \times 6\pi = 3\pi R = 12\pi$ 이므로 $R = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

21. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2

② $M, S^2 + 1$

③ $M + 1, S^2$

④ $M + 1, S^2 + 1$

⑤ $M + 1, (S + 1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$$M = \frac{a + b + c}{3}$$

$$S^2 = \frac{(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2}{3}$$

$a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1 = \frac{(a + 1) + (b + 1) + (c + 1)}{3}$$

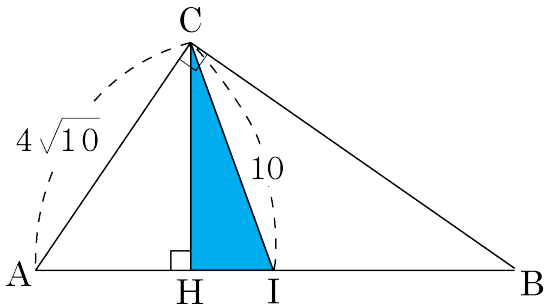
$$= \frac{(a + b + c) + 3}{3} = \frac{a + b + c}{3} + 1 = M + 1$$

$$S_1^2 = \frac{1}{3} \{ (a + 1 - M - 1)^2 + (b + 1 - M - 1)^2 + (c + 1 - M - 1)^2 \}$$

$$= \frac{1}{3} \{ (a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2 \} = S^2$$

따라서 $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산은 각각 $M + 1, S^2$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{AI} = \overline{BI} = 10$ 이다.

$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면 $20x = (4\sqrt{10})^2 = 160$ 이므로 $x = 8$ 이다.

$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}, \overline{HI} = 2$$

$$\therefore \triangle CHI = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}$$

23. 대각선의 길이가 $\sqrt{38}$ 이고, 겹넓이가 62 인 직육면체의 모든 모서리의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

직육면체의 밑면의 가로 길이 a , 세로 길이 b , 높이 c 라 하면 직육면체의 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{38} \quad \therefore a^2 + b^2 + c^2 = 38$$

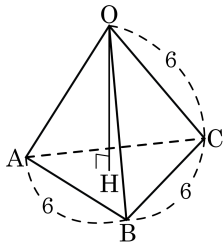
직육면체의 겹넓이는 $2(ab + bc + ca) = 62$

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 38 + 62 = 100\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = 10$$

따라서 모든 모서리의 합은 $4(a + b + c) = 40$ 이다.

24. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 $O-ABC$ 이다. 꼭짓점 O 에서 밑면인 $\triangle ABC$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{OH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

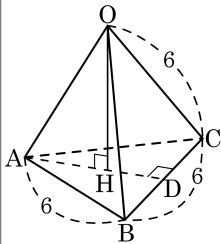
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하면

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3},$$

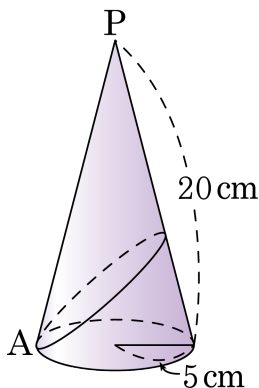
점 H 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$



25. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 5cm 인 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단 거리를 구하여라.



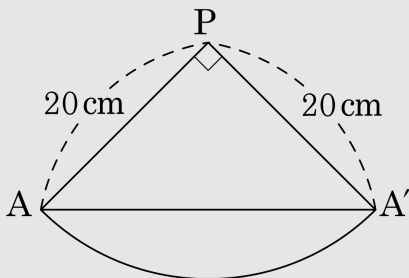
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}\text{cm}$

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$$\frac{5}{20} \times 360^\circ = 90^\circ ,$$



최단 거리 $\overline{AA'} = 20\sqrt{2}\text{cm}$ 이다.