1. 다섯 개의 자료 $75, 70, 65, 60, x$의 평균이 70일 때, x의 값은?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

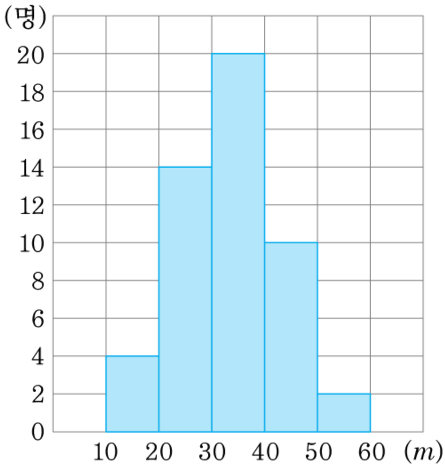
해설

평균이 70이므로 $\dfrac{75+70+65+60+x}{5}=70$

$270+x=350$

$\therefore x=80$

2. 다음 그림은 A 반 학생 50 명의 멀리던지기 기록에 대한 히스토그램이다. 이 반 학생 50 명의 멀리던지기기록의 평균은?



① 28.6m ② 30.4m ③ 32.2m

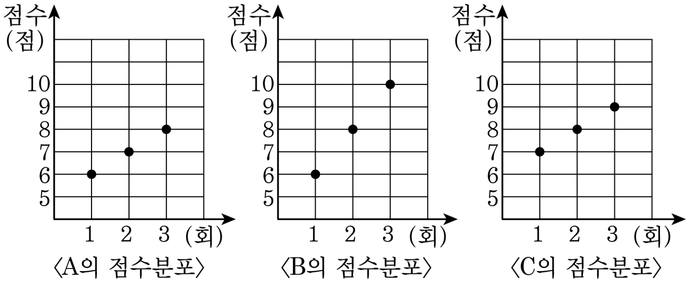
④ 33.4m ⑤ 34.6m

해설

$$\frac{15\times4+25\times14+35\times20+45\times10+55\times2}{50}$$

$= 33.4(\mathrm{m})$

3. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$ ② $a = c < b$ ③ $a < b = c$

④ $a = b > c$ ⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$이다.

4. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

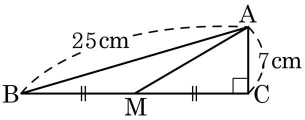
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A 이다.

5. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\,\text{cm}$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\,\text{cm}$　② $\sqrt{191}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{193}\,\text{cm}$

④ $\sqrt{194}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{199}\,\text{cm}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$

$\therefore \overline{BC} = 24$

$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ $\therefore \overline{MC} = 12(\text{cm})$

$\triangle AMC$ 에서

$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

6. 다음은 지영이네 반 25 명이 체육시간에 던지기 기록을 측정한 것이다. 평균을 구하면?

계급(m)	도수(명)
$20^{\text{이상}} \sim 30^{\text{미만}}$	5
$30^{\text{이상}} \sim 40^{\text{미만}}$	8
$40^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	6
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	4
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	2
합계	25

① 38 m ② 39 m ③ 40 m ④ 41 m ⑤ 42 m

해설

각각의 계급값은

25, 35, 45, 55, 65 이므로

$$(\text{평 균}) = \frac{25\times5+35\times8+45\times6+55\times4+65\times2}{25} = \frac{125+280+270+220+130}{25} = 41(\text{m})$$

7. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	6
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	8
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$
$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

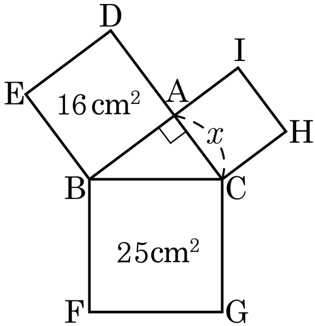
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$
$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

8. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값을 구하여라.

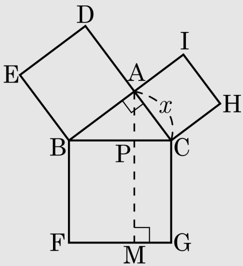


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

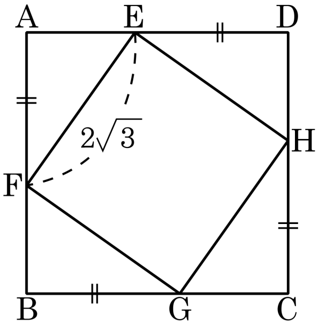
해설

$\overline{BC}$와 수직인 $\overline{AM}$을 그을 때 $\overline{BC}$와의 교점을 P라고 하면, □BFMP = □EBAD, □PMGC = □IACH이다.



□PMGC $= 25\,\text{cm}^2 - 16\,\text{cm}^2 = 9\,\text{cm}^2 =$ □ACHI이다. 그러므로 $x = 3\,\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① $4(\sqrt{2}+1)$ ② $8(\sqrt{3}+1)$ ③ $4(\sqrt{3}+2)$

④ $8(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $8(\sqrt{2}+2)$

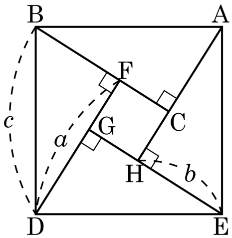
해설

$\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \sqrt{2}x$

$\triangle$AEF 에 피타고라스 정리를 적용하면 $12 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ 이 되어 $x = 2$ 이 성립한다.

따라서 □ABCD 의 둘레의 길이는 $4\left(2+2\sqrt{2}\right) = 8\left(1+\sqrt{2}\right)$ 이다.

10. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 를 만들어 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $c^2 = a^2 + b^2$

② $\triangle ABC = \triangle EAH$

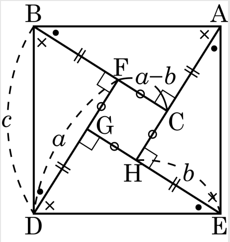
③ □CFGH 는 정사각형

④ $\overline{CH} = a - b$

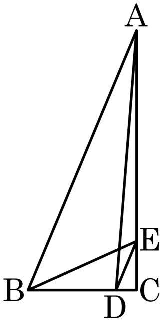
⑤ □CFGH = 2△ABC

해설

네 개의 직각삼각형은 합동이다. (RHA 합동)
따라서 ①, ②, ③, ④가 성립한다.



11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{DE} = \sqrt{6}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값은?



① 169 ② 171 ③ 173 ④ 175 ⑤ 177

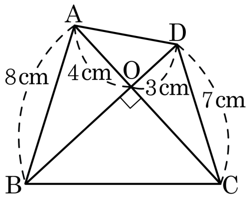
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 13^2 + \sqrt{6}^2 = 175$

12. 아래 그림에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 7\text{cm}$, $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 9cm
② 10cm
③ $3\sqrt{10}$cm
④ $2\sqrt{22}$cm
⑤ 88cm

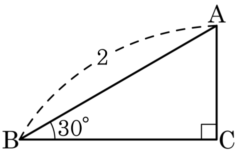
해설

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$
$5^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 7^2$
$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{22}(\text{cm})$

해설

$\triangle ABO$ 에서 $\overline{BO} = \sqrt{64 - 16} = 4\sqrt{3}$
$\triangle DOC$ 에서 $\overline{OC} = \sqrt{49 - 9} = 2\sqrt{10}$
$\therefore$ $\triangle BOC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{48 + 40} = 2\sqrt{22}(\text{cm})$

13. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=2$ 일 때, 나머지 두 변의 길이의 합을 구하면?



① $1+\sqrt{3}$ ② $2+2\sqrt{3}$ ③ $1+3\sqrt{3}$
④ $3+\sqrt{3}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

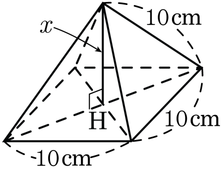
해설

$1:2=\overline{AC}:2 \quad \therefore\ \overline{AC}=1$

$\sqrt{3}:1=\overline{BC}:1 \quad \therefore\ \overline{BC}=\sqrt{3}$

$\therefore\ 1+\sqrt{3}$

14. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 높이 x 의 길이를 구하여라.



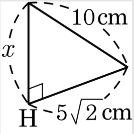
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$ cm

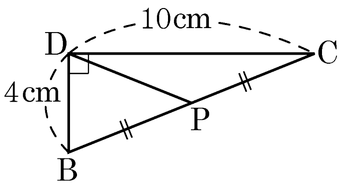
해설

밑면의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ cm 이므로

$$\therefore\ x = \sqrt{10^2 - (5\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{100 - 50}$$
$$= \sqrt{50}$$
$$= 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$



15. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{29}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{30}\,\text{cm}$ ③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\,\text{cm}$
점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$
그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로
$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

16. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.

② $x > 8$ 이면

$6+8 > x$(m) 이고 $6^2+8^2 = x^2$

$\therefore x = 10$ (cm)

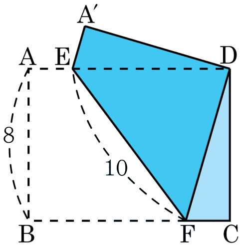
④ $x < 8$ 이면

$x+6 > 8$ 이고 $x^2+6^2 = 8^2$

$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$(cm)

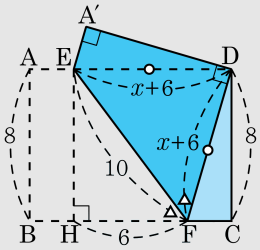
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

17. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

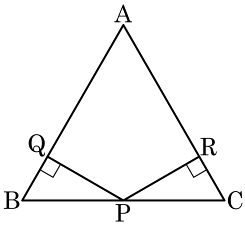
$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28 \;\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

18. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$　② $2\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{2}$

④ 6　⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

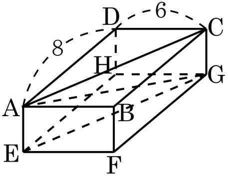
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10 \times \overline{PQ} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10 \times \overline{PR} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PR}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{PQ} + 5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR} = 5\sqrt{3}$

19. 직육면체 ABCD – EFGH 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 8$, $\overline{\mathrm{CD}} = 6$ 일 때, □AEGC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $\overline{\mathrm{CG}} = x$ 라 하면

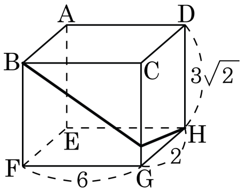
$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$

$x^2 = 9 \qquad \therefore\ x = 3$

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{EG}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$\therefore$ □AEGC 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 2, $3\sqrt{2}$, 6 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{82}$$

21. $m > n$ 이고, $a = m^2 + n^2$, $b = 2mn$, $c = m^2 - n^2$ 일 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 직각삼각형

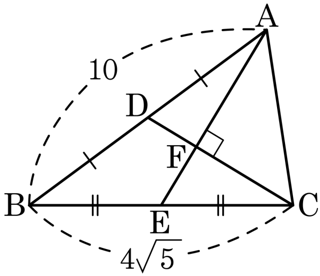
해설

$$a^2 = \left(m^2 + n^2\right)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$$b^2 + c^2 = (2mn)^2 + \left(m^2 - n^2\right)^2$$
$$= m^4 + 2m^2n^2 + n^4$$

$a^2 = b^2 + c^2$ 이므로 직각삼각형이다.

22. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 D, E 라 하고 $\overline{AE}\perp\overline{CD}$, $\overline{AB}=10$, $\overline{BC}=4\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.

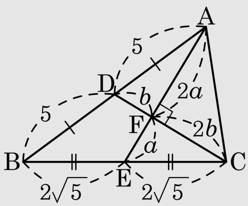


▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

점 F는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심으로 $\overline{EF}=a$, $\overline{DF}=b$ 라 하면 $\overline{AF}=2a$, $\overline{CF}=2b$



$\triangle ADF$ 에서 $4a^2+b^2=25$

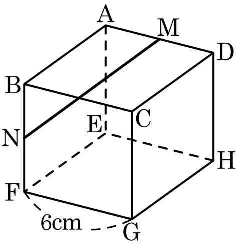
$\triangle CFE$ 에서 $a^2+4b^2=20$

$\therefore 5a^2+5b^2=45$, $a^2+b^2=9$

$\triangle AFC$ 에서 $\overline{AC}^2=4a^2+4b^2=36$

$\therefore \overline{AC}=6$

23. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

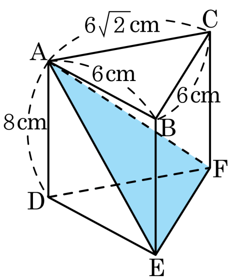
해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90°$ 인 직각삼각형

$$\overline{MN}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$$

$\therefore \overline{MN} = 3\sqrt{6}$ (cm)

24. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

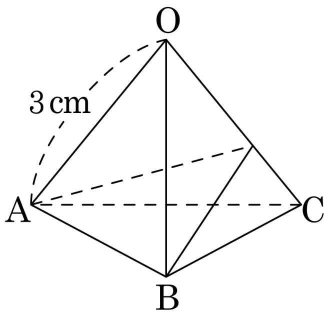
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle AEF &= \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30\,(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

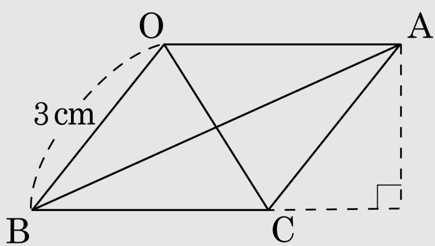
25. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 cm 인 정사면체의 꼭짓점 A 에서 겉면을 따라 $\overline{\mathrm{OC}}$ 를 지나 점 B 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$ cm

해설



따라서 $\overline{\mathrm{BA}}$ 의 거리는

$$\overline{\mathrm{BA}} = \sqrt{\left(3+\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{81}{4}+\frac{27}{4}}$$

$$= 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$$ 이다.