

1. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

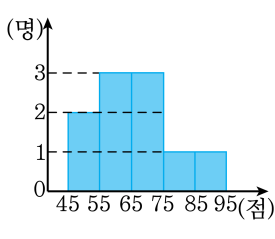
해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90, \quad \frac{356 + x}{5} = 90, \quad 356 + x = 450 \quad \therefore x = 94$$

따라서 94 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



- ① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은 (평균)

$$= \frac{\{(계급값) \times (도수)\}의 총합}{(도수)의 총합}$$

$$= \frac{660}{10} = 66(점)$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \{ (50 - 66)^2 \times 2 + (60 - 66)^2 \times 3 + (70 - 66)^2 \times 3 + (80 - 66)^2 \times 1 + (90 - 66)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{10} (512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144 이다.$$

3. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

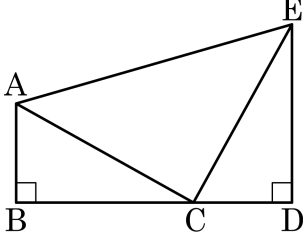
$$\begin{aligned} \text{(평균)} &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100 \end{aligned}$$

이다.

4. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{DE} = 9\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



- ① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{25 + 81} = \sqrt{106}$ 이다.
 $\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE =$
 $\frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$
따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

5. 세 변의 길이가 $a+1$, $a+2$, $a+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+3$ 이 가장 긴 변의 길이이므로

$$(a+3)^2 = (a+2)^2 + (a+1)^2, a^2 + 6a + 9 = a^2 + 4a + 4 + a^2 + 2a + 1$$

$$a^2 = 4, a = 2 \quad (\because a > -1)$$

6. 다음은 20 명의 학생의 수학 성적을 나타낸 도수 분포표이다. 이 때, 학생들의 수학 성적의 평균을 구하여라.

점수 (점)	학생 수 (명)
60 ^{이상} ~ 70 ^{미만}	4
70 ^{이상} ~ 80 ^{미만}	7
80 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	6
90 ^{이상} ~ 100 ^{미만}	3
합계	20

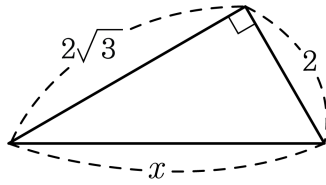
▶ 답: 점

▷ 정답 : 79점

해설

$$\frac{65 \times 4 + 75 \times 7 + 85 \times 6 + 95 \times 3}{20} = 79$$

7. 다음 그림의 직각삼각형의 둘레의 길이는?



- ① $6 + 2\sqrt{3}$ ② $3 + 6\sqrt{2}$ ③ $2 + 3\sqrt{6}$
④ $3 + 2\sqrt{6}$ ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

피타고라스 정리에 따라

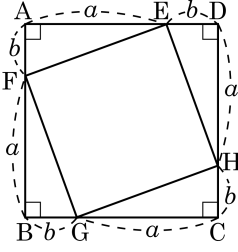
$$(2\sqrt{3})^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 = 12 + 4 = 16$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 + 2 + 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}$ 이다.

8. 정사각형 ABCD 를 그림과 같이 합동인 4 개의 직각삼각형과 1 개의 정사각형으로 나누었다. $a^2 + b^2 = 29$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?

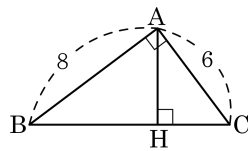


- ① $\sqrt{29} \text{ cm}^2$ ② 29 cm^2 ③ $2\sqrt{30} \text{ cm}^2$
 ④ 30 cm^2 ⑤ 31 cm^2

해설

피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF} = \sqrt{29} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$ 이므로 □EFGH 는 한 변의 길이가 $\sqrt{29}$ 인 정사각형이다. 따라서 넓이는 29 cm^2 이다.

9. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{24}{5}$ ③ 24 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{24}{15}$

해설

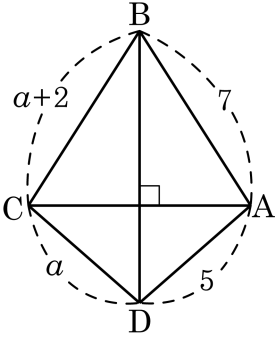
$$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 넓이는

$$8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{24}{5}$$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 $\square ABCD$ 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



- ① 3
- ② 3.5
- ③ 4
- ④ 4.5
- ⑤ 5

해설

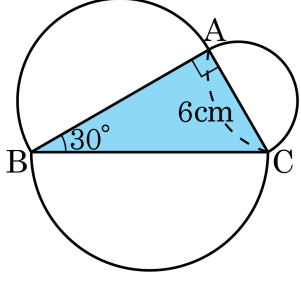
$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \text{ 이므로}$$

$$a^2 + 7^2 = (a + 2)^2 + 5^2$$

$$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$$

$$4a = 20 \quad \therefore a = 5$$

11. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?

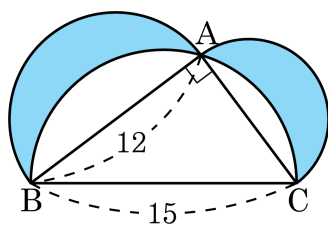


- ① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$
- ② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$
- ③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$
- ④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$
- ⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
 $\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle ABC$ 의 넓이)
 $= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$
 $= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

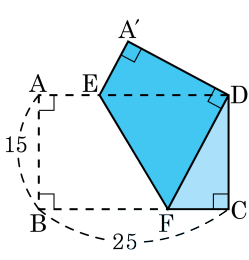


- ① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.
 직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54$
 따라서 넓이는 54이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는?



- ① 150 ② 163.5 ③ 175
 ④ 187.5 ⑤ 194.5

해설

$\overline{A'E}$ 를 x 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

$$x^2 + 15^2 = (25 - x)^2$$

$$50x = 625 - 225, x = 8$$

따라서 사다리꼴 A'DFE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (8 + 17) \times 15 = \frac{375}{2} = 187.5$ 이다.

14. 다음 이등변삼각형의 넓이를 구하면?

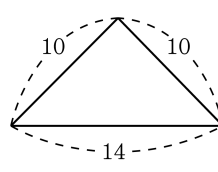
① 4

② 8

③ $2\sqrt{30}$

④ $7\sqrt{51}$

⑤ 12



해설

$$\text{높이} = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{51},$$

$$\text{넓이} = 14 \times \sqrt{51} \times \frac{1}{2} = 7\sqrt{51}$$

15. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

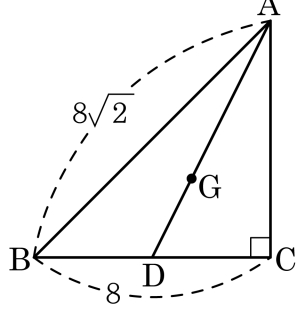
해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때, $\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
 점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
 따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$
 $\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

17. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi \text{ cm}^2$

② $8\pi \text{ cm}^2$

③ $12\pi \text{ cm}^2$

④ $16\pi \text{ cm}^2$

⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

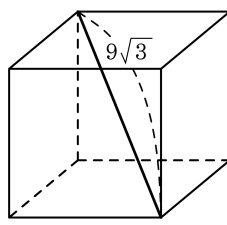
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$

18. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



▶ 답 :

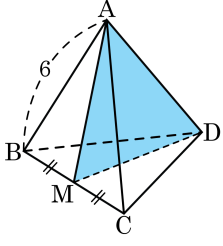
▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3}, a = 9 \quad \therefore V = 9^3 = 729$$

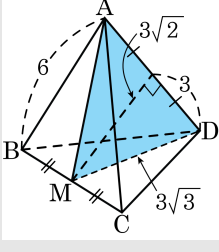
19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정 사면체 A-BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle AMD$ 의 넓이는?



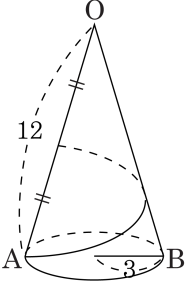
- ① 9 ② 10 ③ $9\sqrt{6}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$\triangle AMD$ 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고
 $\triangle AMD$ 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore \triangle AMD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



20. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고, 반지름의 길이가 3 인 원뿔이다. 점 A에서 옆면을 따라 모선 OA 의 중점에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{5}$

해설

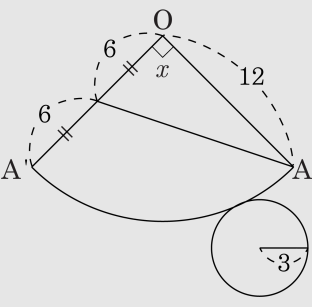
이 그림에서 $2\pi \times 12 \times \frac{x}{360^\circ} =$

$2\pi \times 3$

$\therefore x = 90^\circ$

$\triangle OMA$ 에 서 $\overline{MA} =$

$\sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}$



21. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

- ① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

22. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

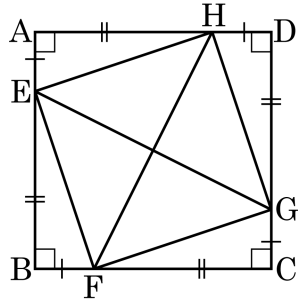
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 (6, 7, 10)

$\therefore$ (확률) = $\frac{1}{10}$

23. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 1$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

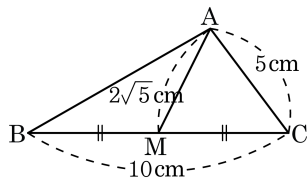
$\triangle HAE$ 는 $\overline{AH} = 3$, $\overline{AE} = 1$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{HE} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$\overline{HF}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 정사각형 HEFG의 대각선의 길이와 같다.

$$\therefore \overline{HF} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$$

24. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하고, $BC = 10\text{ cm}$, $CA = 5\text{ cm}$, $AM = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

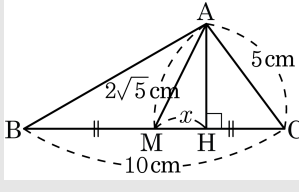


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{65}\text{ cm}$

해설

점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, $MH = x$ 라 하면
 $HC = 5 - x$

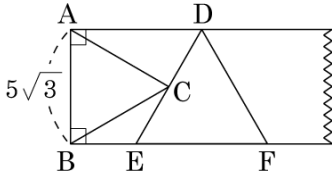


$$(2\sqrt{5})^2 - x^2 = 5^2 - (5 - x)^2, \quad \therefore x = 2(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - (5 - 2)^2} = 4(\text{cm}) \quad (\because \overline{AH} > 0)$$

$$\overline{BH} = 7(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

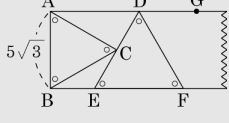
25. 다음 그림과 같이 폭이 $5\sqrt{3}$ 으로 일정한 종이테이프 내부에 두 개의 정삼각형 ABC, DEF 가 맞닿아 있다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



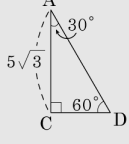
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



다음 그림에서 $\angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\overline{AG} \parallel \overline{BF}$ 이므로 $\angle ADC = \angle CEF = 60^\circ$ 이다.



$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AD} : 5\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}$, $\therefore \overline{AD} = 10$