

1. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 3k + 3$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{4}$

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k = \frac{1}{3}(x-9)^2 - 27 + k$$

최솟값은 $-27 + k$

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x - 3k + 3 \\ &= -3(x-1)^2 + 6 - 3k\end{aligned}$$

최댓값은 $6 - 3k$

$$-27 + k = 6 - 3k$$

$$\therefore k = \frac{33}{4}$$

2. 다음 표는 종호의 5 회에 걸친 양궁 성적을 나타낸 것이다. 종호는 1 회당 평균 몇 점을 얻었는지 구하여라.

회차	1	2	3	4	5
점수(점)	7	8	7	8	10

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 8점

해설

$$\frac{7 + 8 + 7 + 8 + 10}{5} = 8(\text{점})$$

3. 다음은 A ~ E 학생의 중간고사 과학 성적의 편차를 나타낸 표이다.
이 자료의 표준편차는?

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-2	-1	2	0	1

① 3.2

② $\sqrt{3}$

③ 3.5

④ $\sqrt{2}$

⑤ 4

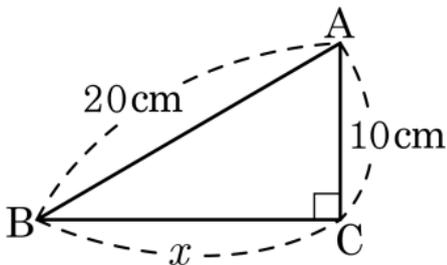
해설

분산은

$$\frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 1^2}{5} = \frac{4 + 1 + 4 + 1}{5} = \frac{10}{5} = 2 \text{이다.}$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 직각삼각형 ABC 에서 x 의 길이를 구하여라.



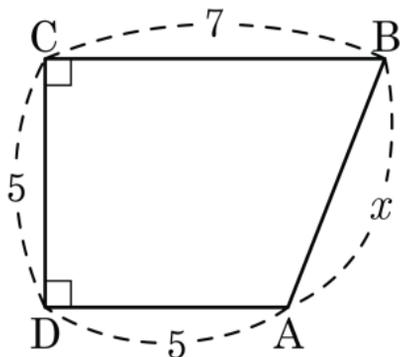
▶ 답: cm

▷ 정답: $10\sqrt{3}$ cm

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{20^2 - 10^2} \\&= \sqrt{400 - 100} \\&= \sqrt{300} \\&= 10\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

5. 다음 그림을 보고 x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



① $\sqrt{21}$

② $\sqrt{22}$

③ $\sqrt{23}$

④ $\sqrt{29}$

⑤ $\sqrt{31}$

해설

점 A 에서 \overline{BC} 에서 수선을 내리면

$$x^2 = 25 + 4,$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } \therefore x = \sqrt{29}$$

6. x 가 3 보다 큰 수일 때, 삼각형의 세 변의 길이가 $5, x + 1, x + 3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{17}{4}$

해설

$x + 3$ 이 빗변의 길이이므로

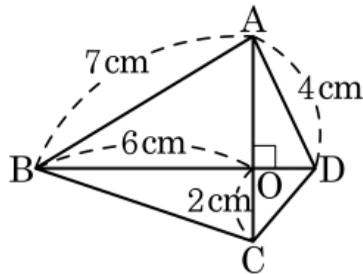
$$(x + 3)^2 = (x + 1)^2 + 25$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2x + 26$$

$$4x = 17$$

$$\therefore x = \frac{17}{4}$$

7. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 점 O 에서 직교하고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, \overline{CB} 와 \overline{CD} 의 길이를 차례로 나열한 것은?



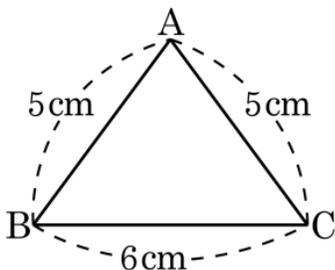
- ① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$ ④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
 ⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$$

$$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2, \overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 이등변삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 12cm^2

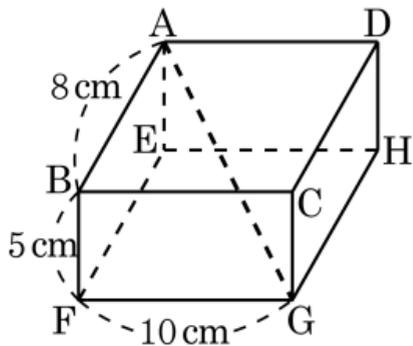
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 \overline{BC} 를 기준으로 한 높이를 h 라고 하면,

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$$

$$\text{넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$$

9. 다음 직육면체에서 $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{BF} = 5\text{ cm}$, $\overline{FG} = 10\text{ cm}$ 일 때, \overline{AG} 의 길이를 구하여라.



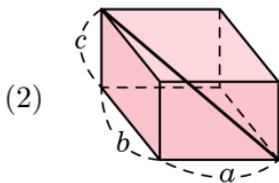
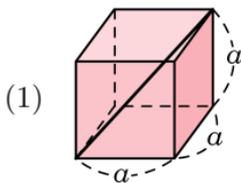
▶ 답: cm

▶ 정답: $3\sqrt{21}$ cm

해설

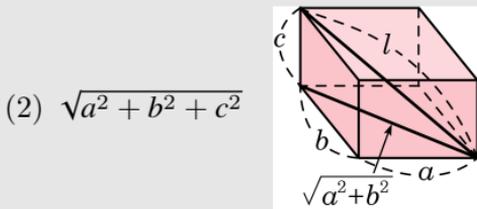
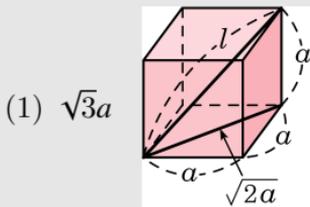
$$\begin{aligned}\overline{AG} &= \sqrt{5^2 + 8^2 + 10^2} = \sqrt{25 + 64 + 100} \\ &= \sqrt{189} = 3\sqrt{21}(\text{cm})\end{aligned}$$

10. 다음 입체도형을 보고 두 도형의 대각선의 길이를 바르게 짝지은 것을 고르면?

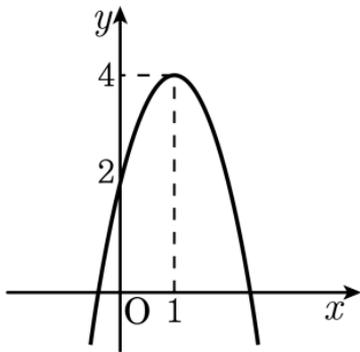


- ① (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ ② (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 - b^2 - c^2}$
 ③ (1) $\sqrt{2}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ④ (1) $\sqrt{3}a$, (2) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 ⑤ (1) $\sqrt{3}a$, (2) $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$

해설



11. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$

꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

12. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

13. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

14. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle OEG$ 의 넓이는?

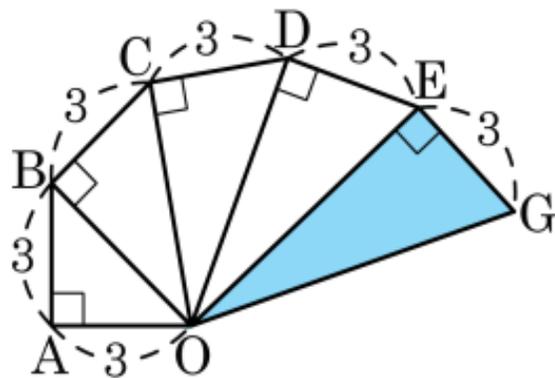
① $9\sqrt{5}$

② $5\sqrt{5}$

③ $\frac{9}{2}\sqrt{5}$

④ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{5}$



해설

$$\overline{OE} = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{따라서 } \triangle OEG \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3 = \frac{9\sqrt{5}}{2}$$

16. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm

② 3cm, 4cm, 5cm

③ 4cm, 4cm, 7cm

④ 5cm, 12cm, 13cm

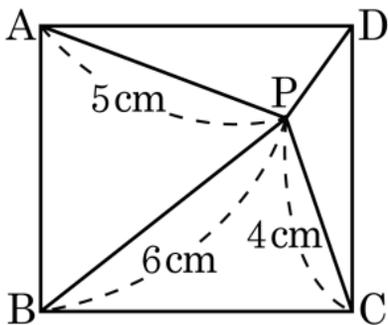
⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a, b, c ($a < b < c$) 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때
둔각삼각형이므로

③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{AP} = 5\text{ cm}$, $\overline{BP} = 6\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, \overline{PD} 의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{2}\text{ cm}$

② $\sqrt{5}\text{ cm}$

③ $5\sqrt{2}\text{ cm}$

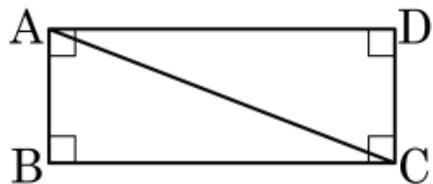
④ $3\sqrt{3}\text{ cm}$

⑤ $4\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2, \overline{PD} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

18. 다음 그림과 같은 직사각형에서 $\overline{AB} = 2$,
 $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이는?



① $\sqrt{7}$

② $\sqrt{14}$

③ $\sqrt{21}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{35}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

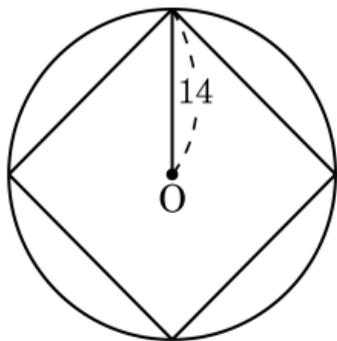
$$(4\sqrt{2})^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 = 32 - 4 = 28$$

x 는 변의 길이이므로 $x > 0$

$$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

19. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



- ① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{2}a = 28 \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

20. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$

② $6\sqrt{3}$

③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

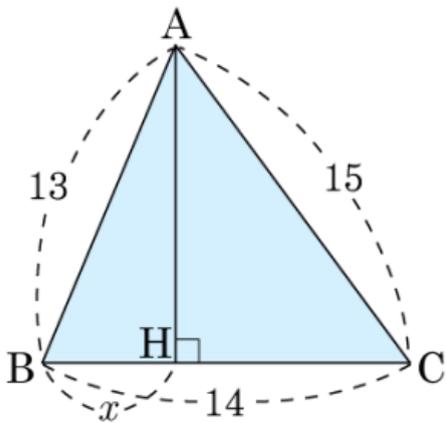
정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

$$(\text{넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3} \text{ 이므로 } a^2 = 36$$

$$\therefore a = 6$$

$$(\text{높이}) = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

21. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 x 의 값을 구하여라.



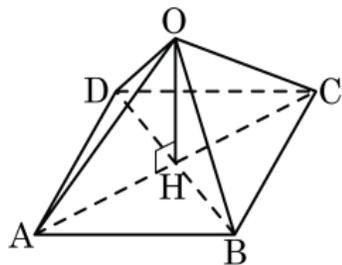
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \Rightarrow \therefore x = 5$$

22. 다음 그림과 같은 정사각뿔에서 $\overline{OH} = \sqrt{29}$,
 $\overline{OA} = 8\sqrt{2}$ 일 때, 밑넓이는 ?



① $3\sqrt{22}$

② $3\sqrt{11}$

③ 99

④ 121

⑤ 198

해설

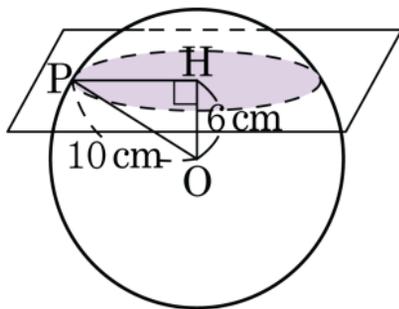
직각삼각형 OAH 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (\sqrt{29})^2} = 3\sqrt{11}$$

$\overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AC}$ 에서 $\overline{AC} = 6\sqrt{11}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로

밑넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{11} \times 6\sqrt{11} = 198$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10cm 인 구를 중심 O 에서 6cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?



① $24\pi \text{ cm}^2$

② $32\pi \text{ cm}^2$

③ $36\pi \text{ cm}^2$

④ $56\pi \text{ cm}^2$

⑤ $64\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{PH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{단면의 넓이}) = 64\pi \text{ cm}^2$$

24. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 지나는 포물선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$y = a(x - 3)^2 + q$ 에 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 각각 대입하면

$$4a + q = 6, a + q = 0$$

$$\therefore a = 2, q = -2$$

$y = 2(x - 3)^2 - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 16$

25. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

26. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회의 성적은 몇 점인가?

① 14 점

② 16 점

③ 18 점

④ 20 점

⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4회 시험까지의 총점은
 $45 \times 4 = 180$ (점)

5 회까지의 평균은 40 점에서 5 점이 내린 35 점이므로 5 회째의
성적을 x 점이라고 하면

$$\frac{180 + x}{5} = 35, \quad 180 + x = 175 \quad \therefore x = -5 \text{ (점)}$$

27. 다음은 학생 10명의 수학점수에 대한 도수분포 표인데, 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 52점임을 알고 있을 때, 50점을 받은 학생수는?

점수	학생수(명)
30	1
40	1
50	
60	
70	1
합계	10

① 2명

② 3명

③ 4명

④ 5명

⑤ 6명

해설

50점의 도수를 x 명, 60점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생수가 10명이므로 $1 + 1 + x + y + 1 = 10$

$$\therefore x + y = 7 \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 평균이 52점이므로

$$\frac{30 \times 1 + 40 \times 1 + 50 \times x + 60 \times y + 70 \times 1}{10} = 52,$$

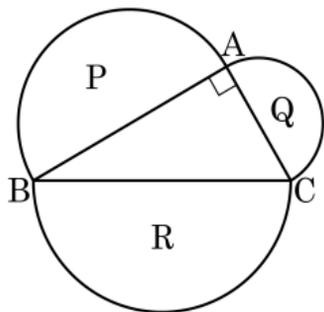
$$30 + 40 + 50x + 60y + 70 = 520$$

$$\therefore 5x + 6y = 38 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 4$, $y = 3$

따라서 50점을 받은 학생 수는 4명이다.

28. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라고 하자. $P = 12\pi\text{cm}^2$, $Q = 4\pi\text{cm}^2$ 일 때, R의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $8\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$P + Q = R \text{ 이므로 } R = 12\pi + 4\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\frac{1}{2}\pi \left(\frac{\overline{BC}}{2} \right)^2 = 16\pi, \overline{BC}^2 = 128$$

$$\overline{BC} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

29. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 1$ 과 $y = \frac{1}{7}x^2 + 2x + 16$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리는?

① 9

② $\sqrt{15}$

③ 11

④ 13

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$$y = -\frac{1}{5}x^2 + 2x - 5$$

$y = -\frac{1}{5}(x-5)^2 + 4$ 에서 꼭짓점의 좌표는 (5, 4) 이고,

$$y = \frac{1}{7}x^2 + 2x + 16$$

$y = \frac{1}{7}(x+7)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 (-7, 9) 이므로

두 꼭짓점 사이의 거리는

$$\sqrt{\{5 - (-7)\}^2 + (4 - 9)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{이다.}$$

30. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a\end{aligned}$$

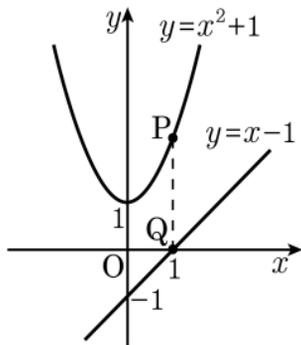
$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

31. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 \overline{PQ} 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



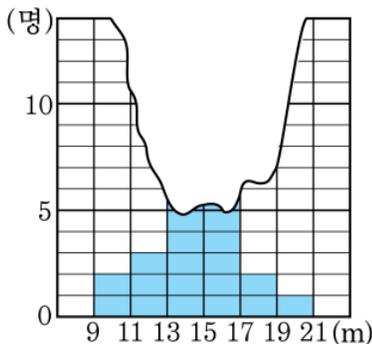
해설

\overline{PQ} 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, \overline{PQ} 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

32. 다음 히스토그램은 어느 학급 학생 20명의 던지기 기록을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 던지기 기록이 13m 이상 15m 미만인 학생이 전체의 25% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 14.7 m

해설

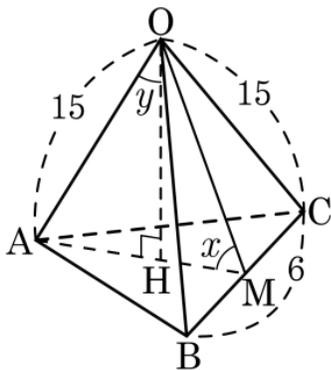
$$13 \text{ 이상 } 15 \text{ 미만: } 20 \times \frac{25}{100} = 5(\text{명})$$

$$15 \text{ 이상 } 17 \text{ 미만의 도수: } 7(\text{명})$$

$$\frac{10 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 5}{20} + \frac{16 \times 7 + 18 \times 2 + 20 \times 1}{20} =$$

$$14.7(\text{m})$$

33. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, \overline{BC} 의 중점을 M이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 \overline{OH} 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$$